

1) Responde a los siguientes ejercicios sobre el concepto de función:

1.1) Escribe tres funciones distintas que tengan como ley de asociación $f(x) = 2x$.

1.2) Siendo $f(x) = -\frac{x}{2}$, $D(f) = N$, calcula:

$$f(1), f(-2), R(f), f(\{4, 5, 0\}), f^{-1}\left(-\frac{3}{2}\right), f^{-1}\left(\frac{5}{2}\right).$$

1.3) Siendo $f(x) = -x + 1$, $D(f) = Z^-$, calcula:

$$f(-1), f(4), R(f), f(\{-3, -2, -1\}), f^{-1}(40), f^{-1}(\{20, 30, -7\}).$$

1.4) Siendo $f(x) = |x|$, $D(f) = Q$, calcula:

$$f\left(\frac{7}{3}\right), f(-3), R(f), f^{-1}(-2), f^{-1}(5), f^{-1}\left(\left\{4, 3, -\frac{2}{3}\right\}\right).$$

1.5) Siendo $f(x) = 2x$, $D(f) = Z$, calcula:

$$f(-3), f(2), R(f), f^{-1}\left(\frac{3}{5}\right), f^{-1}(\{8, -6, 7\}), f(\{3, -4, -10\}).$$

2) Calcula el dominio de las siguientes funciones:

$$2.1) f(x) = 4x^2 - \frac{1}{2}x \qquad 2.2) f(x) = (x-1) \cdot \left(x + \frac{3}{2}\right)^2$$

$$2.3) f(x) = \frac{-9x^2 - 2x}{2} + (x-1)^3 \qquad 2.4) f(x) = \frac{x+1}{x^2-2}$$

$$2.5) f(x) = \frac{x}{(x+2) \cdot (2x-3)} \qquad 2.6) f(x) = \frac{3x^2 - x - 2}{x^2 + 3}$$

$$2.7) f(x) = -\sqrt{2x+3} \qquad 2.8) f(x) = \sqrt{(x-4) \cdot (x+3)}$$

$$2.9) f(x) = -\sqrt{(4-x) \cdot (x+1)} \qquad 2.10) f(x) = \sqrt{x(1-x)}$$

$$2.11) f(x) = \sqrt{(2x+1) \cdot (x-2)} \qquad 2.12) f(x) = \sqrt{x^2 - x - 12}$$

$$2.13) f(x) = \sqrt{-x^2 + 6x - 9} \qquad 2.14) f(x) = \sqrt{x^2 + x + 2}$$

2.15) $f(x) = \frac{x-2}{\sqrt{3x+1}}$

2.16) $f(x) = -\sqrt{\frac{x-2}{x+1}}$

2.17) $f(x) = -\sqrt{\frac{2x+3}{x}}$

2.18) $f(x) = \frac{\sqrt{x-3}}{(x-4) \cdot (3x+1)}$

2.19) $f(x) = \frac{1}{x-1} + \sqrt{x - \frac{1}{2}}$

2.20) $f(x) = \frac{\sqrt{3x+2}}{(x+4) \cdot \sqrt[3]{x-2}}$

3) Representa gráficamente las siguientes funciones:

3.1) $f(x) = -2$

3.2) $f(x) = -2x + 3$

3.3) $f(x) = x^2 + 2x + 1$

3.4) $f(x) = x^2 + 2x - 15$

$$3.5) f(x) = \begin{cases} x+2 & \text{si } x < -1 \\ x^2 & \text{si } -1 \leq x \leq 1 \\ x & \text{si } 1 < x \end{cases}$$

$$3.6) f(x) = \begin{cases} -2 & \text{si } x < 2 \\ 1 & \text{si } x = 2 \\ -x+1 & \text{si } x > 2 \end{cases}$$

$$3.7) f(x) = \begin{cases} -x-1 & \text{si } x < 1 \\ -2 & \text{si } 1 \leq x \leq 3 \\ -2x & \text{si } x > 3 \end{cases}$$

$$3.8) f(x) = \begin{cases} -x & \text{si } x \leq 2 \\ 3 & \text{si } -2 < x \leq 1 \\ -3 & \text{si } 1 \leq x < 2 \\ x & \text{si } 2 \leq x \end{cases}$$

$$3.9) f(x) = \begin{cases} -x^2 & \text{si } -2 \leq x \leq 0 \\ x^2 - 1 & \text{si } 0 < x \leq 4 \end{cases}$$

$$3.10) f(x) = \begin{cases} 1 & \text{si } x \leq 0 \\ -1 & \text{si } 0 < x \leq 3 \\ x-4 & \text{si } 3 < x \end{cases}$$

4) Dadas las funciones $f(x) = \frac{x^2 + 1}{2x}$, $h(x) = x^2 - 3x$ y $g(x) = \sqrt{x-3}$, calcula:

4.1) $(f + h)(x)$ 4.2) $(f - h)(x)$ 4.3) $(3h)(x)$

4.4) $\left(\frac{1}{3}f\right)(x)$ 4.5) $\left(\frac{f}{g}\right)(x)$ 4.6) $(f \cdot h)(x)$

4.7) $(f \circ g)(x)$ 4.8) $(g \circ f)(x)$ 4.9) $\left(\frac{3g}{h}\right)(x)$

5) Dadas las funciones $f(x) = x^2 - x + 1$, $g(x) = \frac{x}{-x^2 - 1}$, $h(x) = \sqrt{x+1}$ y

$j(x) = \frac{x}{\sqrt{x+4}}$, calcula:

5.1) $(f + g)(x)$ 5.2) $(f - g)(x)$

5.3) $\left(\frac{f}{j}\right)(x)$ 5.4) $(g \cdot h)(x)$

5.5) $(h \circ f)(x)$ 5.6) $(f \circ g)(x)$

5.7) $((5j) \circ h^2)(x)$ 5.8) $((g - j) \circ f)(x)$

5.9) $((g + h) \circ (3f))(x)$ 5.10) $\left(\frac{f^2}{4g - h}\right)(x)$

6) Calcula las funciones recíprocas de las siguientes funciones y comprueba el resultado:

6.1) $f(x) = 2x + 1$ 6.2) $f(x) = x^3 + 3$

6.3) $f(x) = \sqrt{x-1}$ 6.4) $f(x) = -2x^2 + 1$

6.5) $f(x) = \frac{x-1}{x+2}$ 6.6) $f(x) = \frac{5x-4}{x+7}$

6.7) $f(x) = \frac{x^3 - 8}{3}$ 6.8) $f(x) = \frac{-2x-3}{x+4}$

6.9) $f(x) = \sqrt{\frac{x-1}{2}}$ 6.10) $f(x) = \frac{x+4}{\sqrt{2}}$

7) Estudia la simetría de las siguientes funciones:

7.1) $f(x) = 3x$

7.2) $f(x) = |x| + 1$

7.3) $f(x) = \frac{-x}{x^4 + 2}$

7.4) $f(x) = \frac{x^3}{2x^2 - 3}$

7.5) $f(x) = -x^2$

7.6) $f(x) = \frac{x^2}{x^3 + 1}$

7.7) $f(x) = 3x^2 - x$

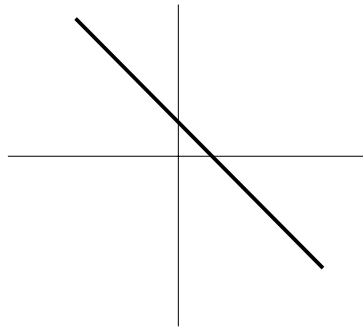
7.8) $f(x) = -x^6 + x^4 + 2x^2$

7.9) $f(x) = x^2 + 2|x|$

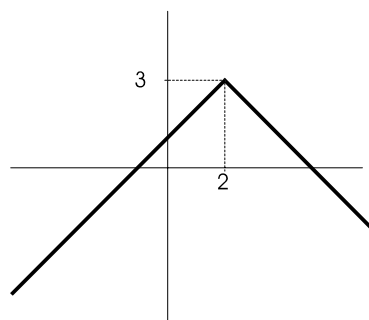
7.10) $f(x) = x^3 \cdot |x| + x$

8) Estudia el dominio, el recorrido, la monotonía, la acotación, la simetría y la continuidad de las siguientes funciones:

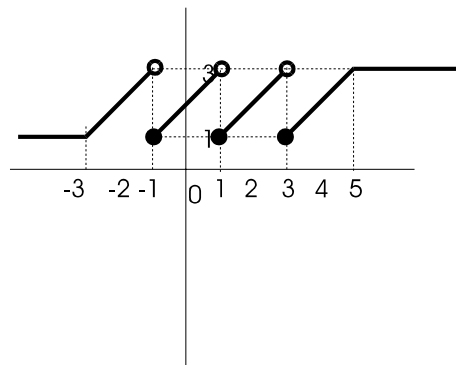
8.1)



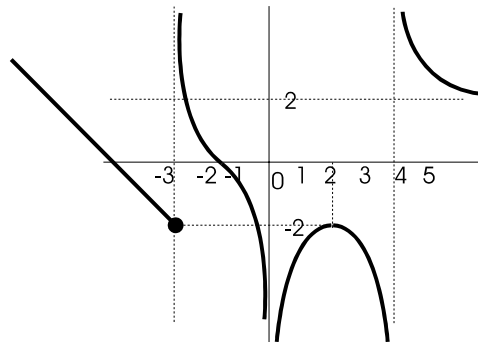
8.2)



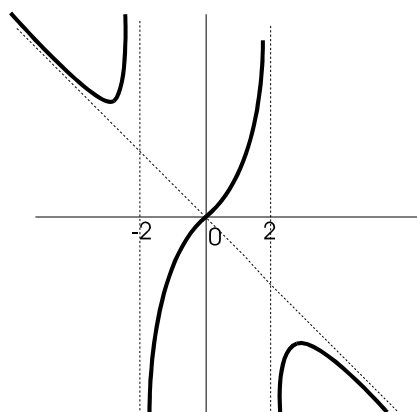
8.3)



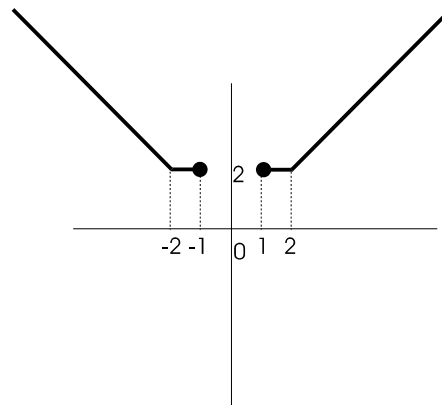
8.4)



8.5)

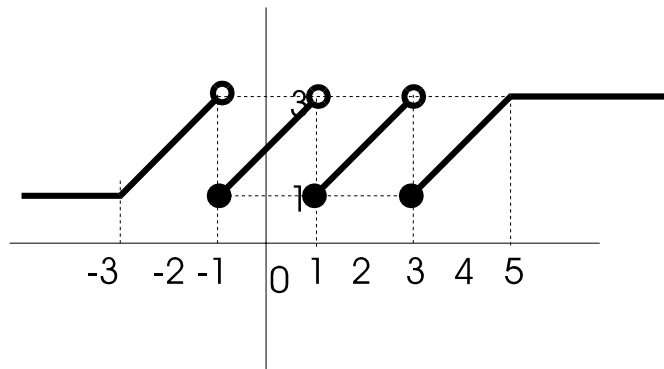


8.6)



9) Calcula los límites indicados en las siguientes funciones:

9.1)



a) $\lim_{x \rightarrow -\infty} f(x)$

b) $\lim_{x \rightarrow -3^-} f(x)$

c) $\lim_{x \rightarrow -3^+} f(x)$

d) $\lim_{x \rightarrow -1^-} f(x)$

e) $\lim_{x \rightarrow -1^+} f(x)$

f) $\lim_{x \rightarrow 1^-} f(x)$

g) $\lim_{x \rightarrow 1^+} f(x)$

h) $\lim_{x \rightarrow 3^-} f(x)$

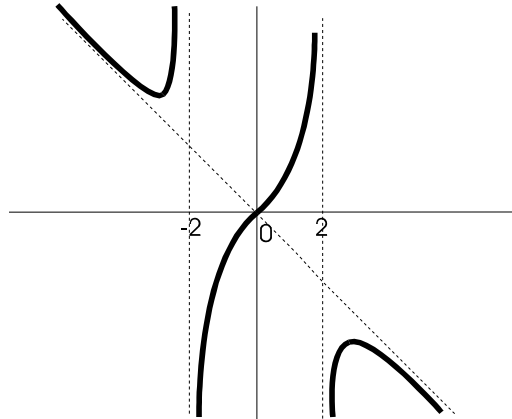
i) $\lim_{x \rightarrow 3^+} f(x)$

j) $\lim_{x \rightarrow 5^-} f(x)$

k) $\lim_{x \rightarrow 5^+} f(x)$

l) $\lim_{x \rightarrow +\infty} f(x)$

9.2)



a) $\lim_{x \rightarrow -\infty} f(x)$

b) $\lim_{x \rightarrow -2^-} f(x)$

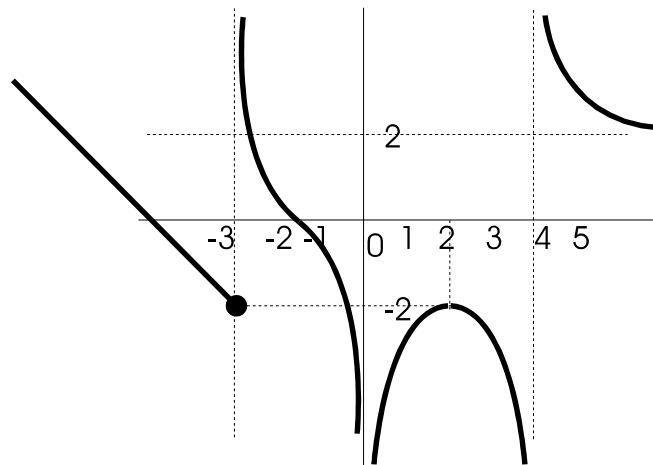
c) $\lim_{x \rightarrow -2^+} f(x)$

d) $\lim_{x \rightarrow 2^-} f(x)$

e) $\lim_{x \rightarrow 2^+} f(x)$

f) $\lim_{x \rightarrow +\infty} f(x)$

9.3)



a) $\lim_{x \rightarrow -\infty} f(x)$

b) $\lim_{x \rightarrow -3^-} f(x)$

c) $\lim_{x \rightarrow -3^+} f(x)$

d) $\lim_{x \rightarrow 0^-} f(x)$

e) $\lim_{x \rightarrow 0^+} f(x)$

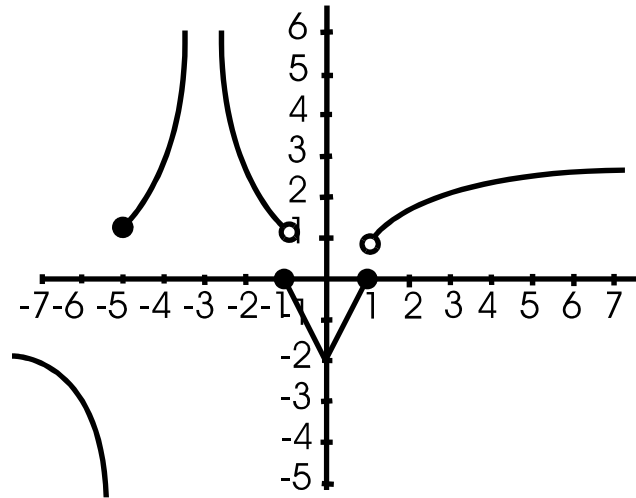
f) $\lim_{x \rightarrow 2} f(x)$

g) $\lim_{x \rightarrow 4^-} f(x)$

h) $\lim_{x \rightarrow 4^+} f(x)$

i) $\lim_{x \rightarrow +\infty} f(x)$

9.4)



a) $\lim_{x \rightarrow -\infty} f(x)$

b) $\lim_{x \rightarrow -5^-} f(x)$

c) $\lim_{x \rightarrow -5^+} f(x)$

d) $\lim_{x \rightarrow -1^-} f(x)$

e) $\lim_{x \rightarrow -1^+} f(x)$

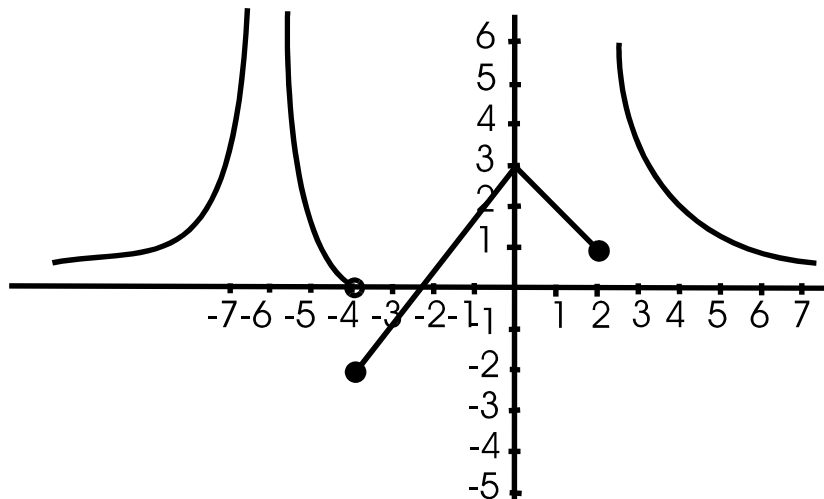
f) $\lim_{x \rightarrow 0} f(x)$

g) $\lim_{x \rightarrow 1^-} f(x)$

h) $\lim_{x \rightarrow 1^+} f(x)$

i) $\lim_{x \rightarrow +\infty} f(x)$

9.5)



a) $\lim_{x \rightarrow -\infty} f(x)$

b) $\lim_{x \rightarrow -4^-} f(x)$

c) $\lim_{x \rightarrow -4^+} f(x)$

d) $\lim_{x \rightarrow 2^-} f(x)$

e) $\lim_{x \rightarrow 2^+} f(x)$

f) $\lim_{x \rightarrow +\infty} f(x)$

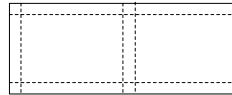
10) Dibuja, en cada caso, una función que cumpla las siguientes condiciones:

- 10.1) a) $\lim_{x \rightarrow -\infty} f(x) = 0$ b) $\lim_{x \rightarrow 4} f(x) = +\infty$ c) $\lim_{x \rightarrow +\infty} f(x) = 1$
- 10.2) a) $\lim_{x \rightarrow 2^-} f(x) = 3$ b) $\lim_{x \rightarrow 2^+} f(x) = 2$ c) $\lim_{x \rightarrow 5} f(x) = -\infty$
- 10.3) a) $\lim_{x \rightarrow -\infty} f(x) = +\infty$ b) $\lim_{x \rightarrow -3^-} f(x) = -2$ c) $\lim_{x \rightarrow -3^+} f(x) = -5$
 d) $\lim_{x \rightarrow 2} f(x) = 0$ e) $\lim_{x \rightarrow +\infty} f(x) = 2$
- 10.4) a) $\lim_{x \rightarrow -\infty} f(x) = -1$ b) $\lim_{x \rightarrow -6^-} f(x) = +\infty$ c) $\lim_{x \rightarrow -6^+} f(x) = -4$
 d) $\lim_{x \rightarrow 0} f(x) = 0$ e) $\lim_{x \rightarrow +\infty} f(x) = +\infty$
- 10.5) a) $\lim_{x \rightarrow -\infty} f(x) = -\infty$ b) $\lim_{x \rightarrow -2^-} f(x) = -\infty$ c) $\lim_{x \rightarrow -2^+} f(x) = +\infty$
 d) $\lim_{x \rightarrow 2^-} f(x) = -\infty$ e) $\lim_{x \rightarrow 2^+} f(x) = +\infty$ f) $\lim_{x \rightarrow +\infty} f(x) = +\infty$

11) Resuelve los siguientes problemas:

- 11.1) En una circunferencia de radio 10 metros se inscribe un rectángulo. Expresa el área del rectángulo en función del lado x de la base. Trata de representar dicha función.
- 11.2) Un fabricante quiere construir cajas prismáticas de base cuadrada y cuyo volumen debe ser 10 litros. Expresa la altura de la caja en función del lado x de la base. Expresa también el área total de la caja en función de x . Representa ambas funciones.
- 11.3) Se desea construir barriles de forma cilíndrica de 100 litros de capacidad. Se pide:
- Expresa la altura del barril en función del radio de la base.
 - Expresa el área total en función del radio de la base.
- 11.4) Se quiere construir un pozo de forma cilíndrica de 2 metros de diámetro. Expresa el volumen de agua que cabe en el pozo en función de su profundidad.
- 11.5) Un rectángulo tiene de perímetro 40 metros. Expresa la altura del rectángulo en función del lado x de la base y lo mismo para el área.
- 11.6) Expresa el área de un triángulo equilátero en función del lado. ¿Qué tipo de función se obtiene?. Halla el valor de esa función si el lado mide 10 unidades.

- 11.7) En un monte hay x casetas de guardas, cada una está unida a las restantes por un camino distinto. Expresa el número de caminos en función de las casetas. Halla el número de caminos existentes si hay 10 casetas.
- 11.8) Se dispone de una cartulina de 100 por 40 cm y se quiere construir una caja con tapadera cortando un cuadrado en dos esquinas y dos rectángulos en las otras dos. Halla la expresión del volumen en función del lado x del cuadrado cortado.



- 11.9) Se sabe que 180 grados Fahrenheit equivalen a 100 grados centígrados y que 0 grados centígrados equivalen a 32 grados Fahrenheit. Halla las funciones que dan la equivalencia de los dos tipos de grados.
- 11.10) Una empresa de alquiler ofrece dos contratos diferentes al contratar un determinado modelo de coche:
- CONTRATO A: 50 euros al día y kilometraje ilimitado.
 - CONTRATO B: 10 euros al día y 0'1 euro por kilómetro.
- Un turista quiere hacer un viaje de 10 días, pero no sabe exactamente cuántos kilómetros va a recorrer. Se pide:

- Determina cuál de los dos contratos es más económico en función de los kilómetros recorridos. Halla los intervalos en que se da esta situación.
- Calcula cuántos kilómetros ha de recorrer el viajero para que los dos contratos sean igual de económicos.
- Haz una representación gráfica y comprueba geoméricamente los resultados anteriores.

12) Representa la función $y = |x^2 - 5x + 6|$.