1 Unidades de medida de ángulos

Las principales unidades de medida de ángulos son el **grado** (°), el **minuto** (') y el **segundo** (").
La equivalencia entre estas unidades es la siguiente:

1 grado = 60 minutos
1 minuto = 60 segundos

$$\text{Grado} \underset{:60}{\overset{\times 60}{\rightleftarrows}} \text{Minuto} \underset{:60}{\overset{\times 60}{\rightleftarrows}} \text{Segundo}$$

1 ***Pasa cada una de estas medidas de ángulos a la unidad que se indica.***

a) 45 grados a minutos. $45° \cdot 60 = \boxed{2\,700 \text{ min}}$

b) 4 800 minutos a grados. $4\,800' : 60 = \boxed{80°}$

c) 30 grados a segundos. $30° \cdot 60 \cdot 60 = \boxed{108\,000 \text{ s}}$

2 Pasa cada una de estas medidas de ángulos a la unidad que se indica.

a) 8 160 minutos a grados

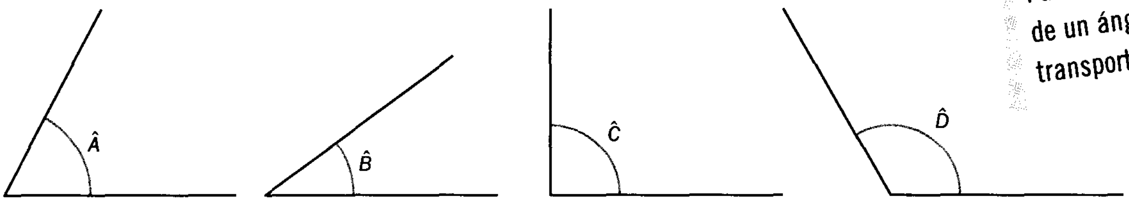
b) 125 minutos a segundos

c) 3 240 segundos a minutos

d) 75 600 segundos a grados

3 Con ayuda de un transportador de ángulos, mide los siguientes ángulos.

RECUERDA
Para medir los grados de un ángulo se emplea el transportador de ángulos.



4 ***Expresa 485 123" en forma compleja y 40° 25' 13" en forma incompleja.***

485123" | 60
512 8085 | 60
323 208 134°
23" 285
45'

$40° \times 60 \times 60 = 144000''$
$25' \times 60 = 1500''$
$+ 13''$
$145513''$

$\boxed{485\,123'' = 134°\ 45'\ 23''}$ $\boxed{40°\ 25'\ 13'' = 145\,513''}$

La medida de un ángulo se puede expresar:

- En **forma compleja:** empleando varias unidades.
- En **forma incompleja:** empleando una sola unidad.

5 Expresa las siguientes medidas de ángulos en forma incompleja en segundos.

a) 75° 26"

c) 36° 52' 44"

b) 83° 12'

d) 225° 13' 14"

6 Expresa las siguientes medidas de ángulos en forma compleja.

a) 3 497"

c) 540 043'

b) 648 000"

d) 59 377"

7 El ángulo *A* mide 53° 49', y el ángulo *B*, 193 740". ¿Cuál es mayor?

22 ***Realiza la siguiente resta: 5 h 31 min 19 s – 2 h 43 min 50 s.***

1.º Colocamos en columna de modo que coincidan las horas con las horas, los minutos con los minutos y los segundos con los segundos.

5 h	31 min	19 s
– 2 h	43 min	50 s

2.º Si en la columna de los segundos o minutos, la cantidad superior es menor que la inferior, convertimos un minuto en segundos (1 min = 60 s), o una hora en minutos (1 h = 60 min).

5 h	30 min	79 s
– 2 h	43 min	50 s
		29 s

4 h	90 min	79 s
– 2 h	43 min	50 s

$\boxed{2\text{ h }47\text{ min }29\text{ s}}$

23 Realiza las siguientes restas.

a)

19 h	21 min	7 s
– 10 h	6 min	22 s

b)

7 h	33 min	25 s
– 1 h	41 min	8 s

24 ***Realiza la siguiente multiplicación: (6 h 29 min 15 s) · 4.***

1.º Multiplicamos por separado las horas, los minutos y los segundos por dicho número.

(6 h 29 min 15 s) · 4 = 24 h 116 min 60 s

2.º Si en el resultado hay más de 60 segundos, los convertimos en minutos, y si hay más de 60 minutos, los convertimos en horas.

60 s = 1 min + 0 s

24 h 117 min 0 s

117 min = 1 h + 57 min ⇒ $\boxed{25\text{ h }57\text{ min }0\text{ s}}$

25 Realiza las siguientes multiplicaciones.

a) (3 h 17 min 38 s) · 6

b) (6 h 49 min 16 s) · 8

UN PASO MÁS

26 ***Realiza la siguiente división: (25 h 57 min 0 s) : 4.***

1.° Dividimos las horas. Si hay resto, lo pasamos a minutos y los añadimos a los minutos que hay.

	25 h 57 min 0 s	4
	1 h	6 h
1 h = 60 min		

2.° Dividimos el total de minutos. Si hay resto, lo pasamos a segundos, y los añadimos a los segundos a los segundos que hay.

	25 h 117 min 0 s	4
	1 h 37 min	6 h 29 min
	1 min	
1 min = 60 s		

3.° Dividimos el total de segundos.

25 h 117 min 60 s	4
1 h 37 min 20 s	$\boxed{\text{6 h 29 min 15 s}}$
0 s	

27 Realiza las siguientes operaciones.

a) (14 h 6 min 5 s) : 5

b) (51 h 14 min 18 s) : 6

28 Raquel ha grabado una película de 2 horas 18 minutos 24 segundos en una cinta de 4 horas. ¿Cuánta cinta le queda disponible para seguir grabando?

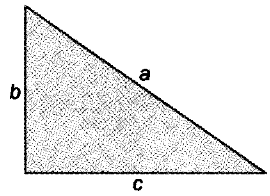
29 Una colección de vídeos se compone de 18 películas. Cada una dura 1 hora 27 minutos 15 segundos. ¿Cuánto tiempo dura la colección completa?

30 Un tenista entrena de lunes a viernes 18 horas 31 minutos. Si todos los días entrena el mismo tiempo, ¿cuánto tiempo entrena cada día?

6 Teorema de Pitágoras y sus aplicaciones

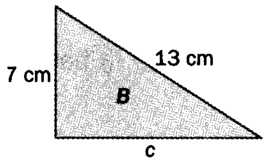
Teorema de Pitágoras: En un triángulo rectángulo, el cuadrado de la hipotenusa, **a**, es igual a la suma de los cuadrados de los catetos, ***b*** y ***c***.

$$\boxed{a^2 = b^2 + c^2}$$



PASO A PASO

48 ***Calcula el valor del dato que falta en el siguiente triángulo rectángulo.***



Despejamos uno de los catetos y sustituimos el resto de los datos en el teorema de Pitágoras.

$c^2 = a^2 - b^2$

$c^2 = 13^2 - 7^2$

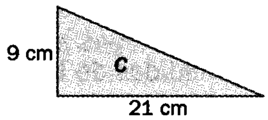
$c^2 = 169 - 49 = 120$

$c = \sqrt{120}$

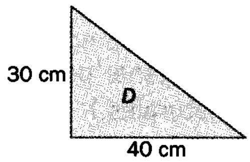
$\boxed{c = 10{,}9 \text{ cm}}$

49 Calcula el valor de la hipotenusa de cada uno de estos triángulos rectángulos.

a)

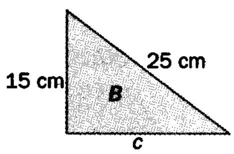


b)

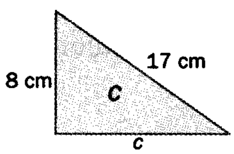


50 Calcula el valor del cateto que falta en cada uno de estos triángulos rectángulos.

a)

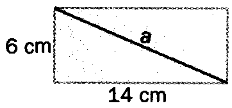


b)



El teorema de Pitágoras se utiliza para calcular distancias en polígonos en los que hay un triángulo rectángulo con dos lados conocidos.

61 ***Calcula el valor del dato desconocido de la siguiente figura.***



Observamos que la diagonal del rectángulo es igual a la hipotenusa del triángulo rectángulo, por lo que aplicamos el teorema de Pitágoras:

$a^2 = b^2 + c^2$

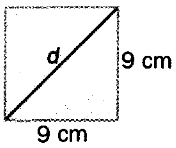
$a^2 = 6^2 + 14^2 \Rightarrow a^2 = 232$

$a = \sqrt{232} = 15,2 \text{ cm}$

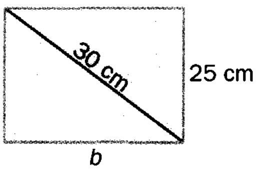
$\boxed{a = 15,2 \text{ cm}}$

62 Halla la medida que se pide en cada figura.

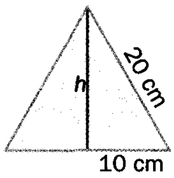
a) La diagonal del cuadrado.



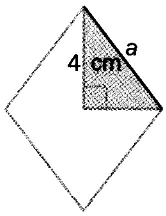
b) La base del rectángulo.



c) La altura del triángulo

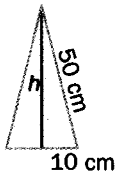


d) El lado *a* del rombo equilátero.

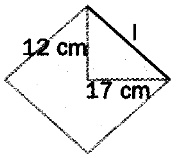


63 Halla la medida que se pide en cada figura.

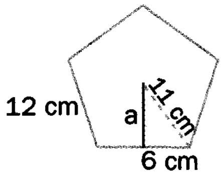
a) La altura del triángulo isósceles.



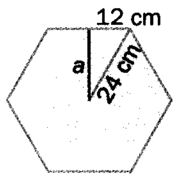
b) El lado del rombo.



c) La apotema del pentágono.



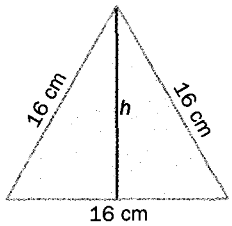
d) La apotema del hexágono.



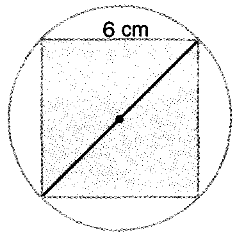
64 Se quiere construir una ventana cuadrada de 100 centímetros de lado. ¿Cuánto medirá la diagonal de dicha ventana?

UN PASO MÁS

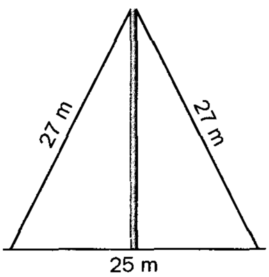
65 Halla el área de un triángulo equilátero cuyo lado mide 16 centímetros.



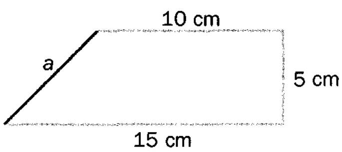
66 Calcula el área de un círculo cuyo centro es el centro de un cuadrado de 6 centímetros de lado y cuyo diámetro es la diagonal del cuadrado.



67 El siguiente poste se encuentra anclado al suelo por dos cables que forman un triángulo isósceles. ¿Cuánto mide la altura de este poste?



68 Calcula el lado a del siguiente trapecio rectángulo.



69 Una escalera que mide 5 metros está apoyada a 3 metros de distancia de la pared. Calcula a qué altura se llega con la escalera.

70 Para la fiesta de su pueblo, Alberto ha preparado una cucaña. La ha sujetado con dos cables a una distancia de 3 metros de ella. Calcula la longitud de cada cable si la altura de la cucaña es de 4 metros.

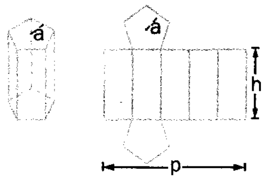
71 Calcula la longitud de una rampa que hay en una acera de 80 centímetros de altura, de forma que la longitud desde el comienzo de la rampa hasta la acera es de 150 centímetros.

72 Carmen tiene sujeta su cometa con el carrete totalmente extendido. Calcula la altura a la que está la cometa si el carrete mide 25 metros y la vertical de la cometa se ha alejado de Carmen 7 metros.

4 Áreas en los cuerpos geométricos

Para hallar el área de los cuerpos geométricos, se desarrollan en un plano y se calcula el **área total**, A_T, como la suma del **área lateral**, A_L, y el **área de la base**, A_B.

Prisma

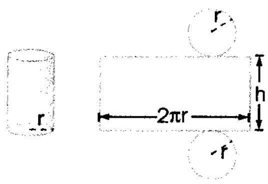


$A_L = p \cdot h$

$A_B = \dfrac{p \cdot a}{2}$

$\mathbf{A_T = A_L + 2\,A_B}$

Cilindro

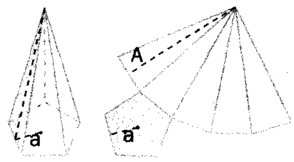


$A_L = 2\pi \cdot r \cdot h$

$A_B = \pi \cdot r^2$

$\mathbf{A_T = A_L + 2\,A_B}$

Pirámide

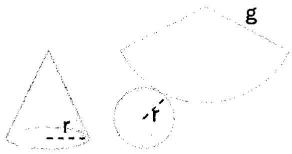


$A_L = \dfrac{p \cdot A}{2}$

$A_B = \dfrac{p \cdot a}{2}$

$\mathbf{A_T = A_L + A_B}$

Cono



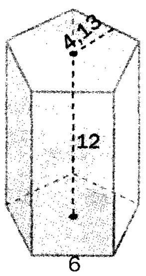
$A_L = \pi \cdot r \cdot g$

$A_B = \pi \cdot r^2$

$\mathbf{A_T = A_L + A_B}$

PASO A PASO

51 ***Calcula el área del siguiente prisma cuyas medidas vienen dadas en metros.***



1.° Calculamos el perímetro y, después, el área lateral:

$p = 5 \cdot 6 = 30\ m \Rightarrow A_L = p \cdot h = 30 \cdot 12 = 360\ m^2$

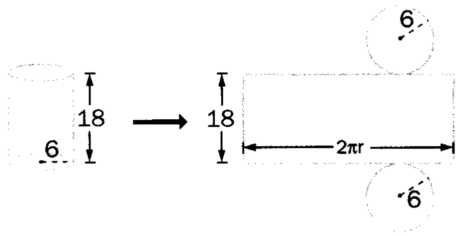
2.° Calculamos el área de la base: $A_B = \dfrac{p \cdot a}{2} = \dfrac{30 \cdot 4{,}13}{2} = 61{,}95\ m^2$

3.° Hallamos el área total: $A_T = A_L + 2\,A_B = 360 + 2 \cdot 61{,}95 = \boxed{483{,}9\ m^2}$

52 Halla el área de un prisma que tiene 22 centímetros de altura, y cuyas bases son rectángulos de lados 10 y 12 centímetros.

53 Un prisma tiene base hexagonal de 4 decímetros de lado y 3,46 decímetros de apotema. La altura del prisma es de 90 centímetros. Calcula su área.

54 ***Calcula el área de un cilindro que mide 18 metros de altura y cuya base tiene 6 metros de radio.***



1.° Calculamos el área lateral:

$A_L = 2 \cdot \pi \cdot r \cdot h = 2 \cdot 3{,}14 \cdot 6 \cdot 18 = 678{,}24\ m^2$

2.° Calculamos el área de la base:

$A_B = \pi \cdot r^2 = 3{,}14 \cdot 36 = 113{,}04\ m^2$

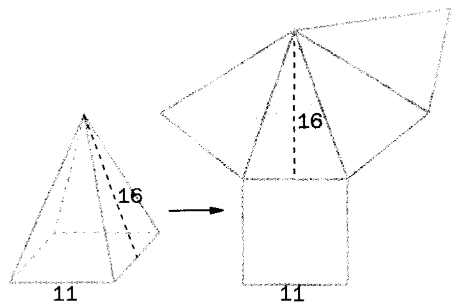
3.° Calculamos el área total:

$A_T = A_L + 2A_B = 678{,}24 + 2 \cdot 113{,}04 = \boxed{904{,}32\ m^2}$

55 Calcula el área total de un cilindro de 6 centímetros de radio y 16 centímetros de altura.

56 Un depósito cilíndrico tiene 678,24 centímetros cuadrados de superficie lateral y 18 centímetros de altura. Halla el radio de la base y calcula el área total del depósito.

57 ***Calcula las áreas lateral y total de una pirámide que tiene por base un cuadrado de 11 centímetros de lado y cuya apotema lateral es de 16 centímetros.***



1.° Calculamos el perímetro y, después, el área lateral:

$p = 4 \cdot 11 = 44\ cm \Rightarrow A_L = \dfrac{p \cdot A}{2} = \dfrac{44 \cdot 16}{2} = 352\ cm^2$

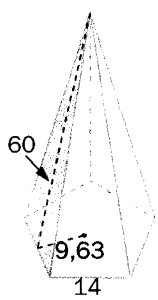
2.° Calculamos el área de la base:

$A_B = l^2 = 121\ cm^2$

3.° Calculamos el área total:

$A_T = A_L + A_B = 352 + 121 = \boxed{473\ cm^2}$

58 Calcula el área de la siguiente pirámide, cuyas medidas vienen dadas en centímetros.



59 Una pirámide tiene por base un hexágono regular cuyos lados miden 10 metros y cuya apotema es de 8,66 metros. Sabiendo que la apotema de las caras laterales de la pirámide es de 44 metros, calcula:

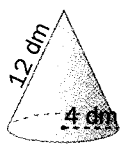
a) El área de la base.

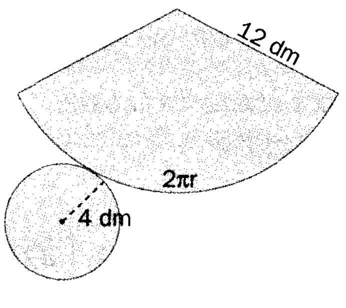
b) El área lateral de la pirámide.

c) El área total de la pirámide.

60 Una pirámide tiene por base un cuadrado. Se sabe que su área total es de 1 248 centímetros cuadrados y su área lateral mide 992 centímetros cuadrados. Calcula lo que miden los lados de la base de la pirámide.

61 ***Calcula el área total de un cono cuya base mide 4 decímetros de radio y cuya generatriz mide 12 decímetros.***





1.° Calculamos el área lateral:

$A_L = \pi \cdot r \cdot g = 3{,}14 \cdot 4 \cdot 12 = 150{,}72\ dm^2$

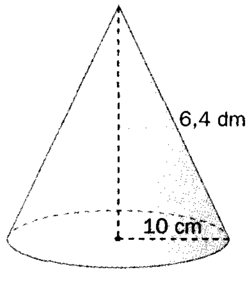
2.° Calculamos el área de la base:

$A_B = \pi \cdot r^2 = 3{,}14 \cdot 4^2 = 50{,}24\ dm^2$

3.° Calculamos el área total:

$A_T = A_L + A_B = 150{,}72 + 50{,}24 = \boxed{200{,}96\ dm^2}$

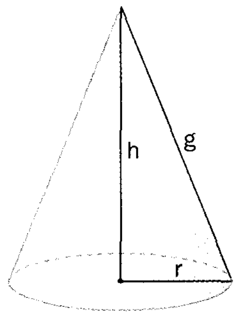
62 Calcula las áreas lateral y total del cono de la figura.



63 Un cono tiene una base de 8 centímetros de radio y su área total es de 452,16 centímetros cuadrados. Calcula su generatriz.

64 La relación entre la altura de un cono, su generatriz y su radio viene dada por la fórmula $g^2 = h^2 + r^2$. Sabiendo que en un cono la generatriz mide 5 metros y la altura 4 metros, calcula:

a) El radio de la base del cono.

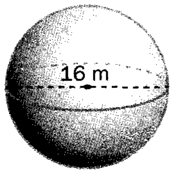


b) El área total del cono.

Área de la superficie esférica

$A = 4 \cdot \pi \cdot r^2$

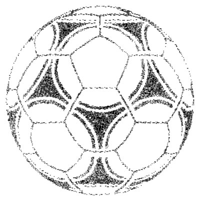
65 ***El diámetro de una esfera mide 16 metros. Calcula su superficie.***



1.º Calculamos el radio: $r = \frac{d}{2} = \frac{16}{2} = 8$ *m*

2.º Calculamos la superficie esférica: $A = 4 \cdot \pi \cdot r^2 = 4 \cdot 3{,}14 \cdot 8^2 = \boxed{803{,}84\ m^2}$

66 Un balón tiene 30 centímetros de diámetro. ¿Cuánto mide su superficie?



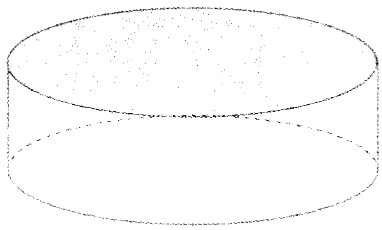
67 La superficie de una esfera mide 2 122,64 metros cuadrados. Averigua su radio.

UN PASO MÁS

68 En un cono, el área total mide 602,88 metros cuadrados, y el área lateral, 401,92. Calcula el radio de la base.

69 Un rascacielos tiene base octagonal de 15 metros de lado y 18,10 metros de apotema. La altura del edificio es de 80 metros. Calcula lo que cuesta acristalarlo si 3 metros cuadrados de cristal cuestan 32 euros.

70 Un estanque cilíndrico tiene 18 metros de diámetro y 1,30 metros de altura. ¿Cuánto costará pintarlo si cada metro cuadrado pintado cuesta 1,50 euros?



71 Un depósito de forma esférica tiene 4 metros de radio. Está recubierto con un material que cuesta 12 euros cada metro cuadrado. ¿Cuánto costará el recubrimiento total del depósito?

72 Juan ha recortado 4 triángulos isósceles de 20 centímetros de base y 40 centímetros de altura con la intención de pegar los lados iguales entre sí y formar una pirámide. Calcula el área lateral de esta.