MATEMÁTICAS I (C.O.U.) - Pruebas de Acceso de 1997 - Modelo 1.

Debes elegir DOS ejercicios de Análisis (cada uno de ellos vale 3 puntos) y, por otro lado. UN ejercicio de Álgebra Lineal y Geometría (que vale cuatro puntos). Contesta las preguntas de forma razonada; la mera respuesta numérica no vale para obtener la puntuación máxima de cada apartado. Por favor, escribe de forma ordenada y con letra clara. Puedes usar calculadora

Análisis

EJERCICIO 1. (1) Prueba que la gráfica de la función f : R $\to$ R, definida por $f(x) = \dfrac{-x^5 - 4x + 2}{x^2 + 1}$ corta al eje OX en un punto del intervalo [0, 2].

(2) Contesta razonadamente si la gráfica de la función g, definida para $x \neq 1$ y $x \neq -1$ por $g(x) = \dfrac{x^2 + 4x + 2}{x^2 - 1}$ corta al eje OX en algún punto del intervalo [0, 2].

EJERCICIO 2. (1) Determina si a la función f definida por $f(x) = \sqrt[3]{9 - x}$, se le puede aplicar el del valor medio de Lagrange en el intervalo [1, 73].
(2) ¿Existe algún punto de la gráfica de f en el que la recta tangente sea paralela, a la cuerda de A = (1, 2) y B = (73, -4)? Razona la respuesta.

EJERCICIO 3. Sea f : R $\to$ R la función dada por $f(x) = |3x - |x - 2||$. Se pide:
(1) Estudia su continuidad.
(2) Determina sus máximos y sus mínimos relativos.
(3) Determina el área limitada por la gráfica de f, el eje OX, la recta x = 0 y la recta x = 2

EJERCICIO 4. Sea f la función definida para x > -1 por $\int_0^x \dfrac{t^2 - 2}{t + 1}dt$

(1) Calcula f(1).
(2) ¿Es f derivable? Justifica la. respuesta.
(3) Determina los intervalos de crecimiento y de decrecimiento de f

Álgebra Lineal y Geometría

EJERCICIO 5. Dado un número real α, considera la matriz

$$A(\alpha) = \begin{pmatrix} \cos(\alpha) & \operatorname{sen}(\alpha) \\ -\operatorname{sen}(\alpha) & \cos(\alpha) \end{pmatrix}$$

(1) Prueba que $A(\alpha) . A(\beta) = A(\alpha + \beta)$ para cualesquiera $\alpha, \beta \in \mathbb{R}$.

(2) Prueba que $(A(\alpha))^T = (A(\alpha))^{-1} = A(-\alpha)$ para todo $\alpha \in$ R. (Nota: A^T indica la traspuesta de una matriz A.)

EJERCICIO 6. (1) Dados los planos de ecuaciones respectivas x = 0 e y = 0, halla la ecuación del plano π que contiene al punto P(1,2,3) y a la recta común a los planos dados.
(2) Determina la recta que pasa por el punto P y corta perpendicularmente a la recta dada por las x=3 e y=3.