

**UNIVERSIDAD DE ZARAGOZA****JUNIO 2010**

Tiempo disponible: 1 h 30 min

Instrucciones : Se proponen dos opciones A y B. Hay que elegir una de las opciones y contestar a sus cuestiones. La puntuación esta detallada en cada una de las cuestiones o en sus distintas partes. Se permite el uso de calculadoras, pero los resultados, tanto analíticos como gráficos, deberán estar debidamente justificados.

**OPCIÓN A**

**A.1.-a)** Estudiar para que valores de  $a$  el determinante de la matriz  $A = \begin{pmatrix} a & 0 & 2a \\ 0 & a-1 & 0 \\ -a & 0 & a \end{pmatrix}$ ,

es no nulo.

Para  $a = 3$  obtener el determinante de la matriz  $2A$  (1'5 puntos)

**b)** Sean las matrices  $A = \begin{pmatrix} 1 & -1 \\ 2 & 0 \\ 0 & 3 \end{pmatrix}$  y  $B = \begin{pmatrix} 1 & 2 & -1 \\ 0 & 3 & -1 \end{pmatrix}$ . Calcula el rango de  $(AB)^T$  (1 punto)

**A.2.-** Sea  $f(x) = \begin{cases} x^2 + 2x & -\infty < x \leq 0 \\ \text{sen}(ax) & 0 < x < \pi \\ (x - \pi)^2 + 1 & \pi \leq x < +\infty \end{cases}$ ,

**a)** Calcular los valores de  $a$  para los cuales  $f(x)$  es una función continua. (1 punto)

**b)** Estudiar la derivabilidad de  $f(x)$  para cada uno de estos valores. (1 punto)

**c)** Obtener  $\int_{-1}^0 f(x) dx$ . (0'5 puntos)

**A.3.-** Encontrar el polinomio de grado dos  $p(x) = ax^2 + bx + c$  sabiendo que satisface: en  $x = 0$  el polinomio vale  $2$ , su primera derivada vale  $4$  para  $x = 1$  y su segunda derivada vale  $2$  en  $x = 0$ . Estudiar si el polinomio obtenido es una función par, ¿Tiene en  $x = 0$  un punto de inflexión. (2'5 puntos)

**A.4.-** Dada las rectas:  $r \equiv \begin{cases} x + 2y = 7 \\ y + 2z = 4 \end{cases}$ ,  $s \equiv x - 1 = \frac{y}{3} = \frac{z + 1}{2}$

**a)** Justificar si son o no perpendiculares. (1 punto)

**b)** Calcular la distancia del punto  $P(16, 0, 0)$  a la recta  $r$ . (1'5 puntos)

**OPCIÓN B**

**B1.-** a) Estudiar para que valores de  $x$ , la matriz inversa de  $\begin{pmatrix} x & -2 \\ 5 & -x \end{pmatrix}$  coincide con su opuesta

(1'5 puntos)

b) Dos hermanos de tercero y cuarto de primaria iban camino del colegio con sus mochilas cargadas de libros todo del mismo peso. Uno de ellos se lamentaba del peso que transportaba y el otro le dijo: “¿De que te quejas?. Si yo te cogiera un libro, mi carga sería el doble que la tuya. En cambio si te diera un libro, tu carga igualaría a la mia”.

¿Cuántos libros llevaba cada hermano? (1'5 puntos)

**B.2.-** Sea  $f(x) = \frac{2x^2 - x}{x^2 - x^3}$

a) Calcular el dominio  $f(x)$ . (0'5 puntos)

b) Estudiar el crecimiento y decrecimiento de  $f(x)$  (1 punto)

c) Analizar las asíntotas de  $f(x)$  y calcular las que existan (1 punto)

**B.3.-**a) Hallar el área encerrada entre la curva  $y = x^3 - 3x$  y la recta  $y = x$  (1'25 puntos)

b) Calcular  $\lim_{n \rightarrow \infty} \left( \frac{2 \ln n}{\ln(7n^2)} \right)^{\ln n}$  (1'25 puntos)

**B.4.-** a) Calcular la ecuación del plano que pasa por los puntos  $(1, 1, 1)$ ,  $(3, -2, 2)$ , y es perpendicular al plano  $\pi \equiv 2x - y - z = 0$  (1'75 puntos)

b) Estudiar si los vectores  $\vec{a} = (1, -1, -1)$ ,  $\vec{b} = (0, 1, 1)$ ,  $\vec{c} = (0, 0, 1)$  son linealmente independientes (0'75 puntos)