

UNIVERSIDAD DE ZARAGOZA**JUNIO 2010**

Tiempo disponible: 1 h 30 min

Instrucciones : Se proponen dos opciones A y B. Hay que elegir una de las opciones y contestar a sus cuestiones. La puntuación esta detallada en cada una de las cuestiones o en sus distintas partes. Se permite el uso de calculadoras, pero los resultados, tanto analíticos como gráficos, deberán estar debidamente justificados.

OPCIÓN A

A.1.-a) Estudiar para que valores de a el determinante de la matriz $A = \begin{pmatrix} a & 0 & 2a \\ 0 & a-1 & 0 \\ -a & 0 & a \end{pmatrix}$,

es no nulo.

Para $a = 3$ obtener el determinante de la matriz $2A$ (1'5 puntos)

b) Sean las matrices $A = \begin{pmatrix} 1 & -1 \\ 2 & 0 \\ 0 & 3 \end{pmatrix}$ y $B = \begin{pmatrix} 1 & 2 & -1 \\ 0 & 3 & -1 \end{pmatrix}$. Calcula el rango de $(AB)^T$ (1 punto)

A.2.- Sea $f(x) = \begin{cases} x^2 + 2x & -\infty < x \leq 0 \\ \text{sen}(ax) & 0 < x < \pi \\ (x - \pi)^2 + 1 & \pi \leq x < +\infty \end{cases}$,

a) Calcular los valores de a para los cuales $f(x)$ es una función continua. (1 punto)

b) Estudiar la derivabilidad de $f(x)$ para cada uno de estos valores. (1 punto)

c) Obtener $\int_{-1}^0 f(x) dx$. (0'5 puntos)

A.3.- Encontrar el polinomio de grado dos $p(x) = ax^2 + bx + c$ sabiendo que satisface: en $x = 0$ el polinomio vale 2 , su primera derivada vale 4 para $x = 1$ y su segunda derivada vale 2 en $x = 0$. Estudiar si el polinomio obtenido es una función par, ¿Tiene en $x = 0$ un punto de inflexión. (2'5 puntos)

A.4.- Dada las rectas: $r \equiv \begin{cases} x + 2y = 7 \\ y + 2z = 4 \end{cases}$, $s \equiv x - 1 = \frac{y}{3} = \frac{z + 1}{2}$

a) Justificar si son o no perpendiculares. (1 punto)

b) Calcular la distancia del punto $P(16, 0, 0)$ a la recta r . (1'5 puntos)

OPCIÓN B

B1.- a) Estudiar para que valores de x , la matriz inversa de $\begin{pmatrix} x & -2 \\ 5 & -x \end{pmatrix}$ coincide con su opuesta

(1'5 puntos)

b) Dos hermanos de tercero y cuarto de primaria iban camino del colegio con sus mochilas cargadas de libros todo del mismo peso. Uno de ellos se lamentaba del peso que transportaba y el otro le dijo: “¿De que te quejas?. Si yo te cogiera un libro, mi carga sería el doble que la tuya. En cambio si te diera un libro, tu carga igualaría a la mia”.

¿Cuántos libros llevaba cada hermano? (1'5 puntos)

B.2.- Sea $f(x) = \frac{2x^2 - x}{x^2 - x^3}$

a) Calcular el dominio $f(x)$. (0'5 puntos)

b) Estudiar el crecimiento y decrecimiento de $f(x)$ (1 punto)

c) Analizar las asíntotas de $f(x)$ y calcular las que existan (1 punto)

B.3.-a) Hallar el área encerrada entre la curva $y = x^3 - 3x$ y la recta $y = x$ (1'25 puntos)

b) Calcular $\lim_{n \rightarrow \infty} \left(\frac{2 \ln n}{\ln(7n^2)} \right)^{\ln n}$ (1'25 puntos)

B.4.- a) Calcular la ecuación del plano que pasa por los puntos $(1, 1, 1)$, $(3, -2, 2)$, y es perpendicular al plano $\pi \equiv 2x - y - z = 0$ (1'75 puntos)

b) Estudiar si los vectores $\vec{a} = (1, -1, -1)$, $\vec{b} = (0, 1, 1)$, $\vec{c} = (0, 0, 1)$ son linealmente independientes (0'75 puntos)