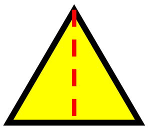
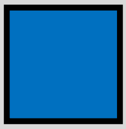
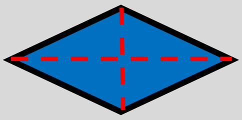
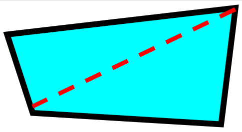
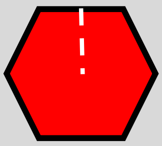
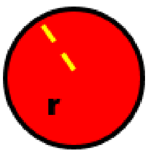
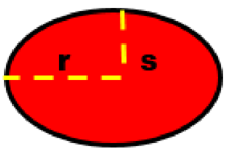
FÓRMULAS de los PERÍMETROS / LONGITUDES y ÁREAS / SUPERFICIES

Compartimos un resumen de las principales fórmulas y formas para calcular el perímetro y área de polígonos.

POLÍGONO		PERÍMETRO	SUPERFICIE o ÁREA
TRIÁNGULO		Se suma lo que miden sus 3 lados. $P = a + b + c$	$A = \frac{b \cdot a}{2}$
CUADRADO		Se multiplica por 4 lo que mide un lado. $P = 4 \cdot \text{lado}$	$A = l \cdot l = l^2$
RECTÁNGULO		Los lados son iguales dos a dos. $P = 2 \cdot (a + b)$	$A = b \cdot a$
ROMBO		Los 4 lados miden lo mismo. $P = 4 \cdot \text{lado}$	$A = \frac{D \cdot d}{2}$
ROMBOIDE		Los lados son iguales dos a dos. $P = 2 \cdot (a + b)$	$A = b \cdot a$
TRAPECIO		Se suma lo que miden sus 4 lados. $P = a + b + c + d$	$A = \frac{a \cdot (B + b)}{2}$
TRAPEZOIDE		Se suma lo que miden sus 4 lados. $P = a + b + c + d$	$A = A\,tr.\,1 + A\,tr.\,2$
POLÍGONO REGULAR		Se multiplica lo que mide un lado por el número de lados del polígono. $P = n \cdot \text{longitud lado}$	$A = \frac{per. \cdot ap.}{2}$

Los perímetros y longitudes se expresan en unidades lineales de longitud: km, m, cm, mm..., y la superficie o área en unidades cuadradas: km^2, m^2, cm^2, mm^2...

FIGURA CURVA		LONGITUD	SUPERFICIE o ÁREA
CÍRCULO		Se multiplica el diámetro por pi. $L = d \cdot \pi$ Otra forma: $L = 2 \cdot r \cdot \pi$	$A = \pi \cdot r^2$
ELIPSE		Es muy complicado de calcular. Estas fórmulas lo aproximan. $P \approx 2 \cdot \pi \cdot \sqrt{\frac{r^2 + s^2}{2}}$ $P \approx \pi \cdot [\,3 \cdot (r + s) - \sqrt{(3r + s) \cdot (r + 3s)}\,]$	$A = \pi \cdot r \cdot s$

¿DE DÓNDE SALEN ESTAS FÓRMULAS?

Primero, deberíamos comprender **las diferencias y similitudes** entre los diferentes conceptos.

PERÍMETRO y LONGITUD.

Son conceptos distintos.

El perímetro es la medida de la línea poligonal cerrada que tienen todos los polígonos en su contorno.

La longitud es la medida de la línea curva cerrada que tienen todas las figuras planas curvas en su contorno.

En definitiva, **el perímetro se usa para los polígonos** y la **longitud para las figuras curvas**.

ÁREA o SUPERFICIE.

Aunque se suelen usar estos dos términos indistintamente, hay una pequeña diferencia entre ambos.

La superficie es la medida de la superficie interior de una figura plana (polígono o curva).

El área es la suma de las superficies que componen una figura.

Por tanto, **son lo mismo en figuras planas simples,** pero distintas si se trata de superficies planas compuestas o el cálculo del área de las caras de un cuerpo geométrico.

LAS FÓRMULAS del PERÍMETRO

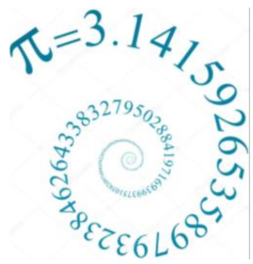
Las fórmulas del perímetro no necesitan mucha explicación, pues se trata de sumar los lados de un polígono. Si el polígono es regular o presenta alguna característica similar (lados iguales, lados iguales dos a dos…), entonces podemos establecer fórmulas abreviadas en lugar de tener que sumar la medida de cada lado.

LA FÓRMULA de la LONGITUD de una CIRCUNFERENCIA

En cuanto a **la fórmula de la longitud de una circunferencia**, la explicamos cuando hablamos del círculo y de la circunferencia.

Hace milenios, se descubrió que la longitud de una circunferencia está relacionada con la longitud de sus diámetros, existiendo siempre la misma proporción entre ambos: **una circunferencia mide algo más del triple que su diámetro, concretamente, 3,14159… veces**.

Este número tiene infinitas cifras decimales y se le llamó pi (π).



Por eso, en la fórmula para **calcular la longitud de su circunferencia, se multiplica su diámetro por pi**, o el doble del radio por pi.

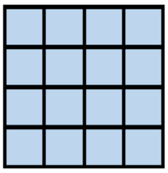
En cuanto a las fórmulas para calcular la longitud de la elipse u óvalos, ovoides y otras figuras planas curvas, son tan complicadas que se estudian en matemáticas avanzadas. Nosotros te hemos mostrado unas fórmulas deducidas por grandes matemáticos para aproximarse al cálculo de la longitud de la elipse, y ni aun así son exactas.

LAS FÓRMULAS de la SUPERFICIE de los POLÍGONOS

El cálculo de la superficie de los polígonos está basado en dos conceptos básicos: la multiplicación, las unidades de superficie y el concepto de cuadrado o rectángulo.

LA MULTIPLICACIÓN.

¿Cuántos cuadrados hay en esta imagen?



Podemos contarlos, sumar los 4 cuadros de cada fila (4+4+4+4), o multiplicar las filas por las columnas (4 x 4). En todos los casos, obtenemos que en la figura hay 16 cuadros.

Si equiparamos cada cuadro a 1 unidad de superficie, obtenemos que este mide 16 unidades de superficie.

LAS UNIDADES DE SUPERFICIE.

Imaginemos que, en la anterior imagen, cada lado mide 1 cm de lado. Cada cuadrado medirá: 1 cm x 1 cm, o sea, 1^2 cm^2.

Para calcular la superficie de toda la figura tenemos:

4 x 4 cm x cm = 4^2 cm^2 . No hay ninguna expresión que sustituya a cm^2, pero sí podemos sustituir a 4^2, ya que es 16.

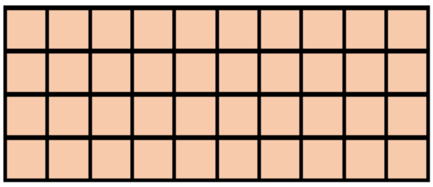
Así que la imagen de la figura medirá 16 cm^2.

Así pues, este mismo procedimiento lo utilizaremos

CONCEPTO DE CUADRADO Y RECTÁNGULO.

Ya hemos visto que en el concepto de multiplicación va implícito en el de cuadrado.

Pues la superficie de un rectángulo se calcula de la misma forma: multiplicando el ancho por el largo.

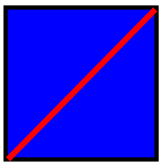


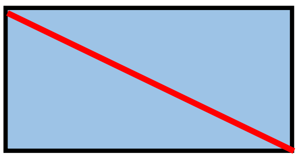
Para calcular los cuadros que componen este rectángulo, solo tenemos que multiplicar su largo por su ancho:

10 x 4 = 40.

Este rectángulo tiene 40 unidades cuadradas.

Pero el concepto de cuadrado y rectángulo nos ofrece otra propiedad, ambos pueden dividirse en dos triángulos iguales.





Con una diagonal obtenemos dos triángulos iguales. Su superficie será la mitad que la del cuadrado o el rectángulo.

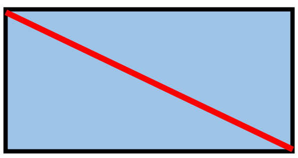
ÁREA DEL CUADRADO y DEL RECTÁNGULO

Creemos que ya ha quedado explicado de dónde salen sus fórmulas.

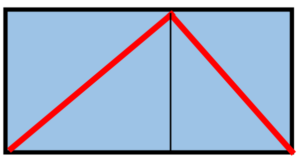
ÁREA DEL TRIÁNGULO

Hemos visto que un triángulo es la mitad de un cuadrado o de un rectángulo. Por tanto, para calcular su área, tendríamos que multiplicar los dos lados consecutivos de esos cuadriláteros y dividirlo entre dos. Esos lados se corresponden con las llamadas base y altura del triángulo.

Por eso **su fórmula es:** $\dfrac{\text{base x altura}}{2}$



Aquí, hemos obtenido dos triángulos rectángulos, con lo que es más fácil apreciar que la base del triángulo y la base del rectángulo son las mismas; y su altura y la del rectángulo, también.



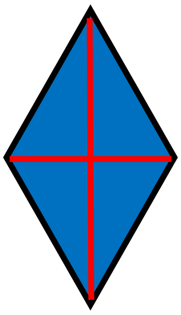
En este caso, hemos obtenido un triángulo escaleno. Pero si te fijas bien, la parte restante del rectángulo tiene exactamente la misma superficie que la ocupada por el triángulo marcado. Por ello, el razonamiento es el mismo. Esto ocurre para todos los triángulos posibles.

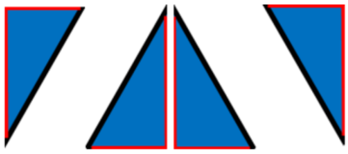
ÁREA DEL ROMBO

La fórmula de la superficie de un rombo se puede explicar desde varias perspectivas. Nosotros vamos a usar dos: desde **la comparación con un rectángulo** y desde **la comparación con un triángulo**.

Si trazamos las diagonales de un rombo, obtenemos 4 triángulos.

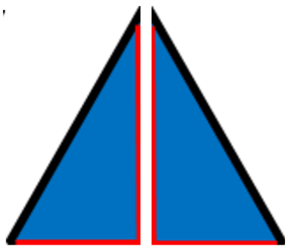
Si los cortamos y los montamos uno con otro, obtenemos un rectángulo.





Si juntas los 4 triángulos que se han formado con las diagonales del rombo, obtiene un rectángulo donde su base mide lo mismo que su diagonal menor y la altura la mitad de su diagonal mayor.

Por eso **su fórmula es:** $\dfrac{\textbf{Diagonal mayor x diagonal menor}}{\textbf{2}}$



También podemos entender que un rombo ocupa el doble de la superficie del triángulo creado al trazar una de sus diagonales. En este caso, la base del triángulo sería su diagonal menor, y su altura sería la mitad de su diagonal mayor. Como el área del rombo sería el doble que la de este triángulo, tenemos:

$\left[\,(\text{diagonal menor x } \dfrac{\text{Diagonal mayor}}{2}) : 2\,\right] \text{x } 2$ = (los ":2 y x2" se anulan):

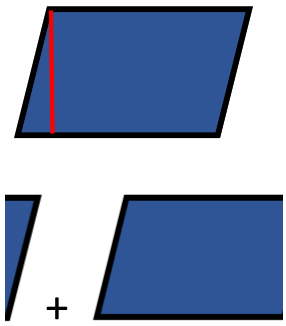
$$\frac{\textbf{Diagonal mayor x diagonal menor}}{\textbf{2}}$$

ÁREA DEL ROMBOIDE

Un romboide tiene la misma fórmula para su área que un rectángulo. Lógico, porque se puede convertir en un rectángulo fácilmente.

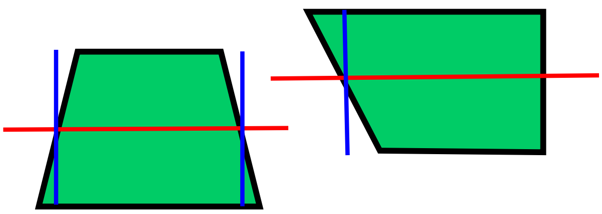
Solo hay que tener en cuenta, que la altura del romboide no es la medida de uno de sus lados, sino la distancia perpendicular de un lado hasta el vértice opuesto. En el rectángulo, su altura coincide con la medida de uno de sus lados, pero en el romboide no, pues sus ángulos no son rectos.

Por eso **su fórmula es:** **base x altura**



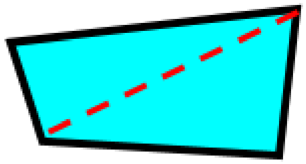
ÁREA DEL TRAPECIO

La explicación de la fórmula del área de un trapecio es muy sencilla. Consideraremos sus dos lados paralelos como sus bases. Utilizando los conceptos explicados para el rectángulo y el romboide, observamos que la línea que corta al trapecio por la mitad, es la media de la longitud de sus bases, y la altura en esa zona, provoca algo similar a lo que sucede en el romboide, donde se forma un rectángulo.



Por eso **su fórmula es:** **altura x media de las bases** = $\textbf{a x } \left(\dfrac{\textbf{Diagonal mayor + diagonal menor}}{\textbf{2}}\right)$

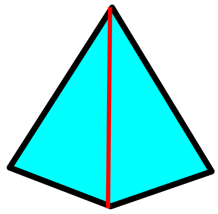
ÁREA DEL TRAPEZOIDE



Debido a que los trapezoides son cuadriláteros que no presentan lados paralelos, no se puede establecer una fórmula concreta para su área.

Se utiliza un procedimiento muy básico: se traza una diagonal y se divide el trapezoide en dos triángulos. Se calcula la superficie de cada triángulo y se suman.

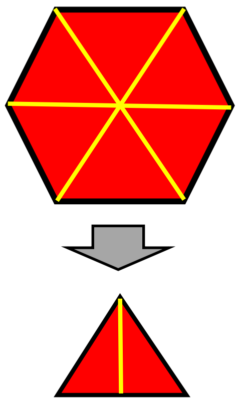
Por eso **su fórmula es:** $A_{TR.1} + A_{TR.2}$



En el caso de los **TRAPEZOIDES DELTOIDES**, la forma se simplifica un poco, pues los dos triángulos resultantes son iguales.

*** *Nota*: se puede utilizar el procedimiento de dividir un polígono en triángulos para calcular su área cuando se quiera, la dificultase encuentra en tener los datos suficientes (medidas) para hacerlo.**

ÁREA DE CUALQUIER POLÍGONO REGULAR



Fíjate que la base del triángulo formado mide lo mismo que el lado del polígono, y su altura se corresponde con su apotema.

Como hemos visto, podemos calcular el área de cualquier polígono dividiendo su superficie en triángulos. Esta propiedad es muy útil para calcular el área de cualquier polígono regular, pues se pueden dividir en triángulos iguales.

El área de cada polígono resultante se calcularía de la siguiente manera: su base sería lo que mide un lado y su altura sería la apotema del polígono regular en cuestión.

Habría que multiplicar el área de cada triángulo por el número de triángulos que hay (los mismos que lados).

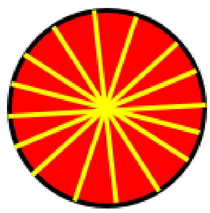
Por tanto, tendríamos:

$$\frac{\textbf{base (lado del polígono) x altura (apotema)}}{\textbf{2}} \text{ x nº de lados.}$$

Observamos que multiplicar lo que mide un lado del polígono por su número de lados es lo mismo que el perímetro, por tanto:

Su fórmula es: $\frac{\textbf{perímetro x apotema}}{\textbf{2}}$

ÁREA DEL CÍRCULO



Un círculo se puede dividir en infinitos triángulos iguales, como si fuera un polígono regular de infinitos lados.

El área del círculo se obtiene con el mismo razonamiento utilizado para calcular el área de un polígono regular.

Imaginemos que creamos un polígono regular con infinitos lados. Se convertiría en un círculo. Si lo dividimos en infinitos triángulos iguales, podríamos aplicar la misma fórmula para calcular su área que para los polígonos regulares: $\frac{\textbf{perímetro x apotema}}{\textbf{2}}$.

Pero el círculo no tiene perímetro, sino longitud de su circunferencia, y su fórmula es: **diámetro · π**, o **2 · radio · π**. Por tanto, la fórmula del círculo tendría que ser:

$\frac{2 \cdot r \cdot \pi \cdot \text{apotema}}{2}$. Además, sabemos que su apotema es su radio: $\frac{2 \cdot r \cdot \pi \cdot \text{radio}}{2}$

Sustituyendo términos, obtenemos que su fórmula es: $\pi \cdot r^2$ o $\pi \cdot \frac{d^2}{4}$