

## 4. SÓLIDOS DE JOHNSON.

**DEFINICIÓN:** “Son poliedros que cumplen las siguientes características: no tienen bases diferenciadas, son convexos, y sus caras pueden ser cualquier polígono regular.” (Los sólidos platónicos no se consideran).

### Características:

- Sus caras pueden ser distintas (siempre y cuando sean polígonos regulares). Por tanto se pueden unir polígonos distintos en un mismo vértice.
- En cada vértice concurren como mínimo 3 caras, y como máximo 5 caras.
- Aunque cualquier polígono puede formar sus caras, por sus características, solo pueden ser: triángulos equiláteros, cuadrados, pentágonos, hexágonos, octógonos o decágonos (todos regulares, lógicamente).
- A este grupo (o familia) pertenecen varias pirámides y bipirámides.
- La mayoría pueden construirse a partir de una pirámide y sus variantes, de prismas y de sólidos platónicos.
- Fueron estudiados por el matemático norteamericano **Norman Johnson** (nacido en 1930) quién creó una lista con 92 sólidos que cumplían estas características, aunque no descubrió que ese fuese el número exacto, pero en 1969 **Victor Zalgaller** descubrió que efectivamente solo eran 92.
- Solo existen 92 poliedros que pertenezcan a esta familia, que cumplan estas características.

### Nomenclatura:

Los sólidos de Johnson tienen nombres que pueden parecer complicados, aunque si sabes lo que quiere decir cada término, seguro que ya no lo serán tanto.

- **BI:** significa que hay dos copias de un sólido dado unidas base con base. En el caso de las cúpulas y rotondas, se pueden unir de manera que se encuentren caras similares (*orto-*) o disimilares (*giro-*). Según esta nomenclatura, un octaedro sería una *bipirámide cuadrada*, un cuboctaedro sería una *girocúpula triangular* y un icosidodecaedro sería una *girobirrotonda pentagonal*.

- **ELONGADO:** significa que se ha unido un prisma a la base de un sólido dado o entre las bases que forman un sólido dado. Según esta nomenclatura, un rombicuboctaedro sería una *ortobicúpula cuadrada elongada*.

- **GIROELONGADO:** significa que se ha unido un antiprisma a la base de un sólido dado o entre las bases que forman un sólido dado. Un icosaedro sería una *bipirámide pentagonal giroelongada*.

- **AUMENTADO:** significa que se ha unido una pirámide o cúpula a una de las caras del sólido dado.

- **DISMINUIDO:** significa que se ha quitado una pirámide o cúpula de un sólido dado.

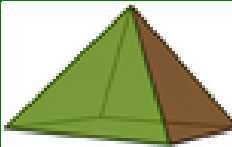



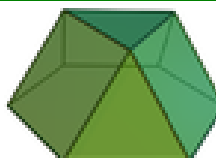





- **GIROIDE:** significa que se ha rotado una cúpula del sólido de forma que encaje de forma distinta. Un ejemplo está en la diferencia entre las orto- y las girobicúpulas.



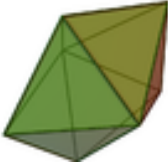

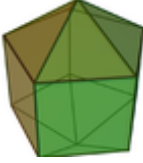

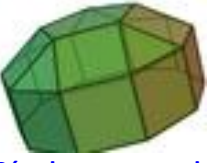







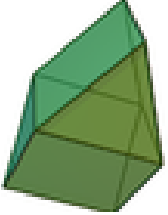



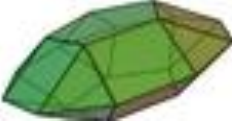









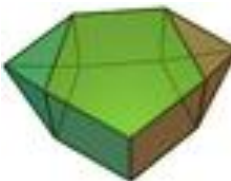




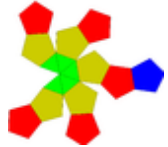


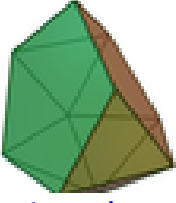
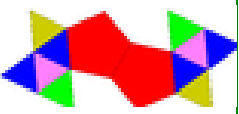
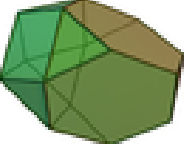




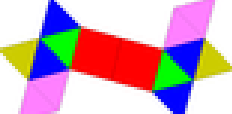
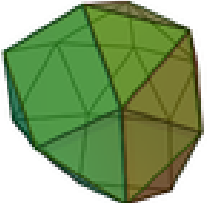
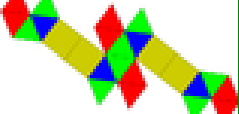

\* Las tres últimas operaciones — aumento, disminución y giro — se pueden realizar más de una vez en un sólido lo suficientemente grande. Si se ha realizado una de estas operaciones dos veces, se indica con el prefijo *bi-* (por ejemplo, un *bigiroide* es un sólido que tiene dos de sus cúpulas rotadas); y si se ha realizado tres veces se indica con el prefijo *tri-* (por ejemplo, un sólido *tridisminuido* es aquél al que se le han quitado tres de sus pirámides o cúpulas).

A veces los prefijos *bi-* y *tri-* dan lugar a ambigüedad. En el caso de que sea necesario distinguir entre un sólido al que se han alterado dos caras paralelas y uno al que se han alterado dos caras oblicuas, se indica la diferencia con los prefijos *para-* y *meta-*, respectivamente. Por ejemplo, un sólido *parabiaumentado* es aquél al que se han aumentado dos caras paralelas, mientras que a un sólido *metabiaumentado* se le han aumentado dos caras oblicuas.

(Fuente principal: Wikipedia).

### EJEMPLOS DE SÓLIDOS DE JOHNSON

 <p><b>Pirámide cuadrada.</b> Caras: 5 (4 triáng. equilát. y 1 cuadrado). Vértices: 5. Aristas: 8.</p> 	 <p><b>Pirámide pentagonal.</b> Caras: 6 (5 triáng. eq. y 1 pentágono regular). Vértices: 6. Aristas: 10.</p> 	<p>No existen más pirámides que se puedan construir solo con polígonos regulares.</p> <p>El resto de pirámides pueden tener base regular, pero sus caras laterales no serían triángulos equiláteros.</p> <p>Circunstancias parecidas suceden en otros poliedros, por eso solo existen 93 poliedros convexos que solo tengan polígonos regulares.</p>	 <p><b>Cúpula triangular.</b> Caras: 8 (4 triáng. equil., 3 cuadr. y 1 hexágono). Vértices: 9. Aristas: 15.</p> 	 <p><b>Cúpula cuadrada.</b> Caras: 10 (4 triáng. eq., 5 cuadr. y 1 octógono). Vértices: 12. Aristas: 20.</p> 	 <p><b>Pirámide pentagonal elongada.</b> Caras: 11 (5 triáng. eq., 5 cuadr. y 1 pentágono). Vértices: 11. Aristas: 20.</p> 
--	--	--	---	---	---

 <p><b>Pirámide cuadrada giroelongada.</b>  <b>Caras:</b> 13 (5 triáng. eq. y 1 cuadrado).  <b>Vértices:</b> 9.  <b>Aristas:</b> 20.</p> 	 <p><b>Bipirámide pentagonal.</b>  <b>Caras:</b> 10 (10 triángulos equiláteros).  <b>Vértices:</b> 7.  <b>Aristas:</b> 15.</p> 	 <p><b>Bipirámide pentagonal elongada.</b>  <b>Caras:</b> 15 (10 triáng. eq. y 5 cuadrados).  <b>Vértices:</b> 12.  <b>Aristas:</b> 25.</p> 	 <p><b>Cúpula pentagonal elongada.</b>  <b>Caras:</b> 22 (5 tr. eq., 15 cuadr., 1 pent. y 1 decag.)  <b>Vértices:</b> 25.  <b>Aristas:</b> 45.</p> 	 <p><b>Rotonda pentagonal elongada.</b>  <b>Caras:</b> 27 (10 tr. eq., 10 cuadr., 6 pentágonos y 1 decágono).  <b>Vértices:</b> 30.  <b>Aristas:</b> 55.</p> 	 <p><b>Cúpula pentagonal giroelongada.</b>  <b>Caras:</b> 32 (25 tri. eq., 5 cuadr., 1 pent., y 1 decg.).  <b>Vértices:</b> 25.  <b>Aristas:</b> 55.</p> 
 <p><b>Rotonda pentagonal giroelongada.</b>  <b>Caras:</b> 37 (30 trián. eq., 6 pentág., y 1 decágono).  <b>Vértices:</b> 30.  <b>Aristas:</b> 65.</p> 	 <p><b>Girobifastigium.</b>  <b>Caras:</b> 8 (4 triángulos equil. y 4 cuadrados).  <b>Vértices:</b> 8.  <b>Aristas:</b> 14.</p> 	 <p><b>Girobicúpula cuadrada.</b>  <b>Caras:</b> 18 (8 triángulos equil. y 10 cuadrados).  <b>Vértices:</b> 16.  <b>Aristas:</b> 32.</p> 	 <p><b>Ortobicúpula pentagonal.</b>  <b>Caras:</b> 22 (10 trián. eq., 10 cuadra., y 2 pentág.)  <b>Vértices:</b> 20.  <b>Aristas:</b> 40.</p> 	 <p><b>Ortobicúpula pentagonal elongada.</b>  <b>Caras:</b> 32 (10 trian. eq., 20 cuadra. y 2 pentág.)  <b>Vértices:</b> 30.  <b>Aristas:</b> 60.</p> 	 <p><b>Ortobirrotonda pentagonal elongada.</b>  <b>Caras:</b> 42 (20 trián. eq., 10 cuadr., y 12 pentág.)  <b>Vértices:</b> 40.  <b>Aristas:</b> 80.</p> 
 <p><b>Girobirrotonda pentagonal elongada.</b>  <b>Caras:</b> 42 (20 trián. eq., 10 cuadr., y 12 pentág.)  <b>Vértices:</b> 40.  <b>Aristas:</b> 80.</p> 	 <p><b>Prisma pentagonal aumentado.</b>  <b>Caras:</b> 10 (4 triáng. eq., 4 cuadra., y 2 pentág.)  <b>Vértices:</b> 11.  <b>Aristas:</b> 19.</p> 	 <p><b>Prisma pentagonal biaumentado.</b>  <b>Caras:</b> 13 (8 triáng. eq., 3 cuadra., y 2 pentág.)  <b>Vértices:</b> 12.  <b>Aristas:</b> 23.</p> 	 <p><b>Prisma hexagonal triaumentado.</b>  <b>Caras:</b> 17 (12 trián. eq., 3 cuad., y 2 hexágonos).  <b>Vértices:</b> 15.  <b>Aristas:</b> 30.</p> 	 <p><b>Dodecaedro aumentado.</b>  <b>Caras:</b> 16 (5 triáng. eq., y 11 pentágonos).  <b>Vértices:</b> 21.  <b>Aristas:</b> 35.</p> 	 <p><b>Dodecaedro triaumentado.</b>  <b>Caras:</b> 24 (15 trián. eq. y 9 pentágonos).  <b>Vértices:</b> 23.  <b>Aristas:</b> 45.</p> 
 <p><b>Icosaedro metabidiminuido.</b>  <b>Caras:</b> 12 (8 triáng. eq., 3 cuad., y 2 pentágonos).  <b>Vértices:</b> 10.  <b>Aristas:</b> 20.</p> 	 <p><b>Tetraedro truncado aumentado.</b>  <b>Caras:</b> 14 (8 triáng. eq., 3 cuadrad., y 3 hexág.)  <b>Vértices:</b> 15.  <b>Aristas:</b> 27.</p> 	 <p><b>Cubo truncado aumentado.</b>  <b>Caras:</b> 22 (12 triáng. eq., 5 cuadra., y 5 octógono).  <b>Vértices:</b> 28.  <b>Aristas:</b> 48.</p> 	 <p><b>Esfenocorona.</b>  <b>Caras:</b> 14 (12 triángulos equilat., y 2 cuadrados).  <b>Vértices:</b> 10.  <b>Aristas:</b> 22.</p> 	 <p><b>Biesfenocingulo.</b>  <b>Caras:</b> 24 (20 triángulos equilat., y 4 cuadrados).  <b>Vértices:</b> 16.  <b>Aristas:</b> 38.</p> 	 <p><b>Girobicúpula cuadrada elongada.</b>  <b>Caras:</b> 24 (8 triáng. eq., y 18 cuadrados).  <b>Vértices:</b> 24.  <b>Aristas:</b> 48.                      Único S. de Johnson con vértices uniformes: en cada uno 1 tri. y 1 cuadr.</p> 