1. **Un satélite describe una órbita circular de radio 2 R_T en torno a la Tierra.**
   a) **Determine su velocidad orbital.**
   b) **Si el satélite pesa 5000 N en la superficie terrestre, ¿cuál será su peso en la órbita?**
   c) **Explica las fuerzas que actúan sobre el satélite.**

   $G = 6{,}67 \cdot 10^{-11}\ N \cdot m^2 \cdot kg^{-2}$; $M_T = 6 \cdot 10^{24}$ kg; $R_T = 6400$ km

a) Cuando el satélite se encuentra en la órbita circular está sometido a la acción de la fuerza gravitatoria que es la única que proporciona la fuerza centrípeta, necesaria para el giro orbital.

$$F_c = F_g$$
$$m\frac{v_o^2}{r} = G\frac{M_T m}{r^2}$$

donde r es el radio de la órbita, es decir, 2 R_T y v_o es la velocidad orbital, que queremos calcular. Despejando v_o:

$$v_o = \sqrt{\frac{G M_T}{r}} = \sqrt{\frac{G M_T}{2 R_T}} = 5591{,}6\ m\ s^{-1}$$

b) El peso se define como el producto de la masa del objeto por la aceleración de la gravedad en el lugar considerado (o intensidad del campo gravitatorio). En la superficie de la Tierra su valor es $G\frac{M_T}{R_T^2}$ que multiplicado por la masa del satélite nos da $m G\frac{M_T}{R_T^2}$, según el enunciado, 5000 N, es decir, el peso en la superficie.

En la órbita la aceleración de la gravedad es: $G\frac{M_T}{r^2} = G\frac{M_T}{(2 R_T)^2} = \frac{1}{4} G\frac{M_T}{R_T^2}$ que si la multiplicamos por la masa del satélite nos da: $\frac{1}{4} m G\frac{M_T}{R_T^2}$, es decir, la cuarta parte del peso en la superficie terrestre; por tanto el peso en la órbita será 1250 N.

c) Las fuerzas que actúan sobre el satélite, si prescindimos de toda influencia externa que no sea la atracción terrestre, es sólo la fuerza de atracción gravitatoria que ejerce la Tierra sobre el satélite. Esta fuerza proporciona, como ya he dicho, la centrípeta necesaria para que el satélite gire en torno a la Tierra en una órbita circular.

2. **Se pone en órbita un satélite artificial de 600 kg a una altura de 1200 km sobre la superficie de la Tierra. Si el lanzamiento se ha realizado desde el nivel del mar, calcula:**
   a) **Cuánto ha aumentado la energía potencial gravitatoria del satélite.**
   b) **¿Qué energía adicional hay que suministrar al satélite para que escape de la acción del campo gravitatorio terrestre desde esa órbita?**

   $G = 6{,}67 \cdot 10^{-11}\ N \cdot m^2 \cdot kg^{-2}$; $M_T = 5{,}98 \cdot 10^{24}$ kg; $R_T = 6{,}37 \cdot 10^6$ m

a) La energía potencial que posee el satélite es debida a su posición con respecto a la Tierra; es decir, la energía potencial es del sistema Tierra-satélite. La expresión de la energía potencial es

$E_p = -G\dfrac{M_T m_s}{r}$ que al ser negativa y estar la distancia que separa ambos cuerpos, *r*, en el denominador, a medida que ésta aumenta, también lo hace la energía potencial. De esta forma, el aumento de energía potencial es: $\Delta E_p = E_p(h) - E_p(s)$ donde $E_p(h)$ es la energía potencial en la órbita y $E_p(s)$ en la superficie.

$$\Delta E_p = -\frac{G M_T m_s}{r} - \left(\frac{-G M_T m_s}{R_T}\right) = G M_T m_s\left(\frac{1}{R_T} - \frac{1}{r}\right) \quad \text{con } r = R_T + h$$

$$\Delta E_p = 6{,}67\cdot 10^{-11} \cdot 5{,}98\cdot 10^{24} \cdot 600 \cdot \left(\frac{1}{6{,}37\cdot 10^6} - \frac{1}{7{,}57\cdot 10^6}\right) \simeq 6\cdot 10^9 J = 6 GJ$$

b) La energía que habría que comunicar sería la de escape a esa altura, es decir, sería comunicarle una energía igual a la que posee en dicha órbita, y que lo liga a ella, para que pudiera llegar hasta el infinito (donde deja de sentirse la mutua atracción). Dicho de otra forma, sería la energía necesaria para cambiar el satélite de órbita, siendo la de destino el infinito.

Así, pues, sabiendo que el satélite en órbita posee energía cinética y energía potencial, siendo la suma de ambas la total orbital del satélite:

$$E_T = E_c + E_p = \frac{1}{2} m_s v_o^2 - G\frac{M_T m_s}{r} = \frac{1}{2} m_s G\frac{M_T}{r} - G\frac{M_T m_s}{r} = -\frac{1}{2} G\frac{M_T m_s}{r}$$

y que la final, es decir, en el infinito la energía del satélite es nula, la energía que habría que comunicar sería:

$$\Delta E = E_T(final) - E_T(órbita) = \frac{1}{2} G\frac{M_T m_s}{r} \quad \text{donde } r = R_T + h$$

$$\Delta E = \frac{6{,}67\cdot 10^{-11} \cdot 5{,}98\cdot 10^{24} \cdot 600}{2 \cdot 7{,}57\cdot 10^6} = 1{,}58\cdot 10^{10}\ J = 15{,}8\ GJ$$

3. **Un astronauta de 100 kg de masa (incluido el traje) está en la superficie de un asteroide de forma prácticamente esférica, con 2,4 km de diámetro y densidad media de 2,2 g/cm^3.**
   a) **Determina con qué velocidad debe impulsarse el astronauta para abandonar el satélite.**
   b) **El astronauta carga ahora con una mochila de masa 40 kg; ¿le será más difícil salir del asteroide?, ¿por qué?**

   G = 6,67·10^{-11} N·m^2·kg^{-2}

a) La velocidad que piden es la velocidad de escape del asteroide, que vendrá dada por la conservación de la energía mecánica: el astronauta deberá impulsarse con una velocidad tal que la energía que adquiera sea igual a la que posee en la superficie del asteroide; es decir:

$$\Delta E_c = -\Delta E_p;\;\; \Delta E_c + \Delta E_p = 0 \;\Rightarrow E_c = -E_p$$

$$\frac{1}{2} m_a v_e^2 = G \frac{M_{as} m_a}{R_{as}}$$

$$v_e^2 = \frac{2 G M_{as}}{R_{as}}$$

$$v_e = \sqrt{\frac{2 G M_{as}}{R_{as}}}$$

donde M_{as} y R_{as} son la masa y radio del asteroide respectivamente, y m_a la masa del astronauta.

$$v_e = \sqrt{\frac{2 G d_{as} V_{as}}{R_{as}}} = \sqrt{\frac{2 G d_{as} \frac{4}{3} \pi R_{as}^3}{R_{as}}} = \sqrt{\frac{8 G d_{as} \pi R_{as}^2}{3}} = 2 R_{as} \sqrt{\frac{2 G \pi d_{as}}{3}} = 1{,}33 \;\; m\, s^{-1}$$

b) Al cargar con la mochila, la velocidad que debe adquirir para escapar del asteroide es la misma, puesto que sólo depende de magnitudes planetarias, sin embargo, al ser más masivo ahora el astronauta (140 kg), la energía que debe proporcionarse para adquirir dicha velocidad debe ser mayor, ya que la energía sí depende de la masa del astronauta.