14 FÍSICA CUÁNTICA

14.1. LOS ORÍGENES DE LA FÍSICA CUÁNTICA

1. Calcula la longitud de onda que corresponde a los picos del espectro de emisión de un cuerpo negro a las siguientes temperaturas:

a) 300 K (temperatura ambiente).

b) 1500 K.

c) 4 000 K.

d) 6 000 K.

La longitud de onda que corresponde, en cada caso, la calculamos a partir de la expresión:

$$\lambda_{máx} = \frac{2{,}896 \cdot 10^{-3}}{T}$$

Por tanto:

a) $\lambda = \dfrac{2{,}896 \cdot 10^{-3}}{300} = 9{,}65 \cdot 10^{-6}$ m

b) $\lambda = \dfrac{2{,}896 \cdot 10^{-3}}{1\,500} = 1{,}93 \cdot 10^{-6}$ m

c) $\lambda = \dfrac{2{,}896 \cdot 10^{-3}}{4\,000} = 7{,}24 \cdot 10^{-7}$ m

d) $\lambda = \dfrac{2{,}896 \cdot 10^{-3}}{6\,000} = 4{,}83 \cdot 10^{-7}$ m

2. Calcula la temperatura aproximada que cabe esperar en la superficie de una estrella roja y de una estrella azul:

Datos: Longitud de onda promedio del rojo: 6 800 Å.
Longitud de onda promedio del azul: 4 750 Å.

La temperatura aproximada que corresponde a la superficie de una estrella roja es:

$$T_{rojo} = \frac{2{,}896 \cdot 10^{-3}}{\lambda_{rojo}} = \frac{2{,}896 \cdot 10^{-3}}{6\,800 \cdot 10^{-10}} = 4\,259 \text{ K}$$

Y a una estrella azul:

$$T_{azul} = \frac{2{,}896 \cdot 10^{-3}}{\lambda_{azul}} = \frac{2{,}896 \cdot 10^{-3}}{4\,750 \cdot 10^{-10}} = 6\,097 \text{ K}$$

3. Calcula la temperatura a la que se encuentra la superficie del Sol ($R_{Sol} = 6{,}96 \cdot 10^8$ m) sabiendo que en un año emite una energía de $1{,}94 \cdot 10^{34}$ J.

La energía total que emite el Sol por unidad de superficie y tiempo, *I*, es:

$$I = \frac{E}{S \cdot t} = \frac{E}{4 \cdot \pi \cdot R_{Sol}^2 \cdot t} = \frac{1{,}94 \cdot 10^{34}}{4 \cdot \pi \cdot (6{,}96 \cdot 10^8)^2 \cdot 1 \cdot 365 \cdot 24 \cdot 60 \cdot 60} =$$

$$= 1{,}01 \cdot 10^8 \text{ J} \cdot \text{m}^{-2} \cdot \text{s}^{-1}$$

Teniendo en cuenta la ley de Stefan-Boltzmann, obtenemos la temperatura a que se encuentra la superficie del Sol:

$$I = \sigma \cdot T^4 \to T = \sqrt[4]{\frac{I}{\sigma}} = \sqrt[4]{\frac{1{,}01 \cdot 10^8}{5{,}67 \cdot 10^{-8}}} = 6\,497 \text{ K}$$

14.2. EL FRACASO DE LA FÍSICA CLÁSICA

1. ¿Qué queremos decir cuando afirmamos que la energía está cuantizada?

Con esta idea queremos expresar el hecho de que la energía no puede tomar cualquier valor; es decir, no puede tomar infinitos valores. Esto se debe a la forma en que se transfiere de unos cuerpos a otros, en forma de pequeños paquetes energéticos. En cualquier caso, el valor de la energía que se transfiere es múltiplo del valor que corresponde al “paquete” elemental de energía, de valor $E = h \cdot f$.

2. ¿A qué se denomina “catástrofe del ultravioleta”? Explica las razones de que se denomine así.

Recibe este nombre porque, según la teoría clásica, en la zona que corresponde a la radiación ultravioleta en el espectro electromagnético, la densidad de energía que cabía esperar que emitiese un cuerpo negro era muy superior a la que realmente se emite, produciéndose una discrepancia de gran envergadura. Fue esa discrepancia y el deseo de Planck de encontrar un modelo que la explicase, lo que hizo posible el nacimiento de la física cuántica.

3. ¿Por qué decimos que la hipótesis de Planck demuestra la cuantización de la energía?

Según Planck, existen en la materia osciladores encargados de transmitir energía en forma de ondas electromagnéticas. Al absorber o emitir radiación, un oscilador aumenta o disminuye su energía en una cantidad que es un múltiplo entero de $h \cdot f$.

Con esta hipótesis, relativa a la cuantización de la energía, Planck consiguió formular un modelo matemático que explicaba la forma en que un cuerpo negro emite radiación.

4. La luz solar que llega a la Tierra tiene una intensidad de 1 800 W · m^{-2}. ¿Cuántos fotones por metro cuadrado y por segundo representa esta radiación? Considera para la luz solar una longitud de onda media de 550 nm.

Datos: $h = 6{,}626 \cdot 10^{-34}$ J · s; $c = 3 \cdot 10^8$ m · s^{-1}

Suponemos que la luz está formada por fotones, cada uno de ellos de energía $h \cdot f$. Si realizamos el cociente de la intensidad de la luz entre la energía que corresponde a cada fotón, obtenemos el resultado que se pide.

La energía asociada a cada fotón resulta:

$$E = h \cdot f = h \cdot \frac{c}{\lambda} = 6,63 \cdot 10^{-34} \cdot \frac{3 \cdot 10^8}{5,5 \cdot 10^{-7}} = 3,616 \cdot 10^{-19} \text{ J / fotón}$$

De este modo:

$$n = \frac{I}{E} = \frac{1800 \dfrac{\text{J}}{\text{m}^2 \cdot \text{s}}}{3,616 \cdot 10^{-19} \dfrac{\text{J}}{\text{fotón}}} = 4,977 \cdot 10^{21} \ \frac{\text{fotones}}{\text{m}^2 \cdot \text{s}}$$

14.3. EL EFECTO FOTOELÉCTRICO

1. Al iluminar una superficie metálica con una radiación de longitud de onda $\lambda_1 = 200 \cdot 10^{-9}$ m, el potencial de frenado de los fotoelectrones es 2 V, mientras que, si la longitud de onda es $\lambda_2 = 240 \cdot 10^{-9}$ m, el potencial de frenado se reduce a 1 V. Calcula:

a) El trabajo de extracción del metal.

b) El valor que se obtiene para la constante de Planck en esta experiencia.

El potencial de frenado de los electrones es el potencial que hay que aplicar para conseguir que los electrones no lleguen al ánodo. Para ello, la energía potencial del electrón sometido a dicho potencial, $e \cdot V$, debe ser igual a la energía cinética con que es emitido. De este modo, al aplicar a ambos casos la ecuación de Einstein del efecto fotoeléctrico, resulta:

$$h \cdot \frac{c}{\lambda_1} = W_e + e \cdot V_1 \quad ; \quad h \cdot \frac{c}{\lambda_2} = W_e + e \cdot V_2$$

El sistema de ecuaciones que forman las dos expresiones anteriores permite determinar el valor que corresponde a cada una de las dos magnitudes que nos piden, la constante de Planck, h, y el trabajo de extracción, W_e.

Restando miembro a miembro la primera ecuación de la segunda y sacando factor común, h, c, y e, resulta:

$$h \cdot c \cdot \left(\frac{1}{\lambda_1} - \frac{1}{\lambda_2} \right) = e \cdot (V_1 - V_2)$$

Despejando h y sustituyendo valores:

$$h = \frac{e \cdot (V_1 - V_2)}{c \cdot \left(\dfrac{1}{\lambda_1} - \dfrac{1}{\lambda_2} \right)} = \frac{1,6 \cdot 10^{-19} \cdot (2-1)}{3 \cdot 10^8 \cdot \left(\dfrac{1}{200 \cdot 10^{-9}} - \dfrac{1}{240 \cdot 10^{-9}} \right)} = 6,4 \cdot 10^{-34} \text{ J} \cdot \text{s}$$

Si ahora despejamos el trabajo de extracción, por ejemplo, de la segunda de las ecuaciones, resulta:

$$W_e = h \cdot \frac{c}{\lambda_2} - e \cdot V_2 =$$

$$= 6,4 \cdot 10^{-34} \cdot \frac{3 \cdot 10^8}{240 \cdot 10^{-9}} - 1,6 \cdot 10^{-19} \cdot 1 = 6,4 \cdot 10^{-19} = 4 \text{ eV}$$

2. El cátodo metálico de una célula fotoeléctrica se ilumina simultáneamente con dos radiaciones monocromáticas, $\lambda_1 = 228$ nm y $\lambda_2 = 524$ nm. El trabajo de extracción de un electrón de ese cátodo es $W = 3{,}40$ eV.

a) ¿Cuál de las dos radiaciones produce efecto fotoeléctrico?

b) Calcula la velocidad máxima de los electrones emitidos. ¿Cómo variará dicha velocidad al duplicar la intensidad de la radiación luminosa incidente?

a) Se produce efecto fotoeléctrico si la energía del fotón incidente es igual o superior al trabajo que hay que realizar para extraer el electrón del metal:

$$\frac{h \cdot c}{\lambda_1} = \frac{6,63 \cdot 10^{-34} \cdot 3 \cdot 10^8}{2,28 \cdot 10^{-7}} = 8,72 \cdot 10^{-19} = 5,45 \text{ eV} > W_e$$

El resultado nos indica que, con una radiación de esta longitud de onda, sí que se producirá el efecto fotoeléctrico. Para la otra radiación, resulta:

$$\frac{h \cdot c}{\lambda_2} = \frac{6,63 \cdot 10^{-34} \cdot 3 \cdot 10^8}{5,24 \cdot 10^{-7}} = 3,80 \cdot 10^{-19} = 2,37 \text{ eV} < W$$

Por tanto, esta radiación no producirá efecto fotoeléctrico.

b) La velocidad máxima con que se mueven los electrones emitidos la calculamos despejando en la ecuación de Einstein para la radiación que produce el efecto fotoeléctrico. De este modo, obtenemos el siguiente resultado:

$$v = \sqrt{\frac{2 \cdot \left(\frac{h \cdot c}{\lambda_1} - W_e\right)}{m_e}} =$$

$$= \sqrt{\frac{2 \cdot \left(\frac{6,63 \cdot 10^{-34} \cdot 3 \cdot 10^8}{2,28 \cdot 10^{-7}} - 3,40 \cdot 1,6 \cdot 10^{-19}\right)}{9,1 \cdot 10^{-31}}} = 8,50 \cdot 10^5 \text{ m} \cdot \text{s}^{-1}$$

Si se duplica la intensidad de la radiación, se duplica el número de fotones que inciden por unidad de tiempo, pero no su energía, que depende de la longitud de onda de la radiación. Por tanto, de acuerdo con el resultado obtenido en la última expresión, la velocidad máxima no se modifica.

3. Si en un metal se produce el efecto fotoeléctrico con luz de frecuencia f_0, ¿se producirá con luz de frecuencia $2 \cdot f_0$?

La ecuación de Einstein del efecto fotoeléctrico establece que la energía del fotón incidente se emplea para liberar el electrón del metal, realizando un trabajo de extracción, y para comunicarle energía cinética al electrón liberado. Si tenemos en cuenta que la energía que corresponde a un fotón de frecuencia f_0 es $h \cdot f_0$, siendo h la constante de Planck, podemos escribir la ecuación de Einstein para el efecto fotoeléctrico en la forma:

$$h \cdot f_0 = W_{ext} + E_C$$

Por tanto, el fotón de frecuencia $2 \cdot f_0$ tendrá el doble de energía que uno de frecuencia f_0 y, de acuerdo con lo que se establece en la ecuación de Einstein para el efecto fotoeléctrico, conseguirá arrancar el electrón del metal y le comunicará más energía cinética que un fotón de frecuencia f_0.

4. En el efecto fotoeléctrico se habla de frecuencia umbral. ¿Puede definirse también una intensidad umbral? ¿Y una longitud de onda umbral?

En el efecto fotoeléctrico no puede hablarse de una intensidad de onda umbral, porque el efecto fotoeléctrico se explica como interacción entre un fotón y un electrón, independientemente de la intensidad de la onda, "formada" por fotones.

Sin embargo, sí existe una longitud de onda umbral, λ_0, propia de cada material, por encima de la cual no se produce el efecto fotoeléctrico en un material dado. Dicha longitud de onda se corresponde con el valor máximo de la radiación electromagnética que permite la extracción de electrones. En el límite, la energía del fotón incidente es igual al trabajo de extracción que hay que realizar para extraer el electrón del material, lo cual impone una condición para que se produzca el efecto fotoeléctrico:

$$h \cdot f_0 = h \cdot \frac{c}{\lambda_0} = W_{ext} \rightarrow \lambda_0 \le h \cdot \frac{c}{W_{ext}}$$

14.4. LA ENERGÍA ESTÁ CUANTIZADA

1. Calcula la longitud de onda límite que corresponde a cada una de las series del espectro del átomo de hidrógeno.

Dentro de cada serie, las líneas del espectro siguen un patrón regular, acercándose al límite de la serie en el extremo de menor longitud de onda.

Observa que, para cada serie (m fijo), la longitud de onda límite de cada serie se obtiene al aumentar n. Por tanto, en el límite de cada serie, la expresión:

$$\frac{1}{\lambda} = R_H \cdot \left(\frac{1}{m^2} - \frac{1}{n^2}\right)$$

se convierte en:

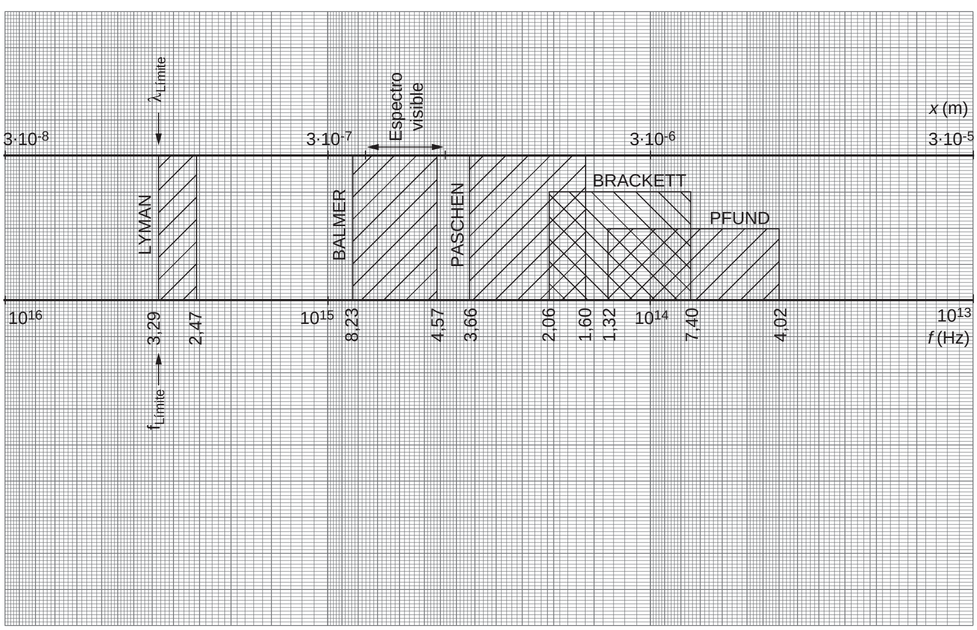
$$\frac{1}{\lambda} = R_H \cdot \left(\frac{1}{m^2} - \frac{1}{n^2}\right) \xrightarrow{n \to \infty} \frac{1}{\lambda_{límite}} = R_H \cdot \left(\frac{1}{m^2}\right) \rightarrow \lambda_{límite} = \frac{m^2}{R_H}$$

Teniendo en cuenta el valor de $R_H = 1{,}09677 \cdot 10^7$ m^{-1}, al realizar las operaciones anteriores para cada serie, obtenemos los resultados reflejados en la tabla que se muestra a continuación:

Serie	m	$\lambda_{límite}$ (m)
Lyman	1	$9,1177 \cdot 10^{-8}$
Balmer	2	$3,6471 \cdot 10^{-7}$
Paschen	3	$8,2059 \cdot 10^{-7}$
Brackett	4	$1,4588 \cdot 10^{-6}$
Pfund	5	$2,2794 \cdot 10^{-6}$

2. Con los datos de la actividad anterior, sitúa cada una de las series espectrales en la zona del espectro electromagnético que le corresponde.

Teniendo en cuenta que la longitud de onda límite es la mínima dentro de esa serie, el espectro que abarca cada serie es el que se indica en la ilustración:



14.5. EL ÁTOMO DE BOHR

1. Calcula el valor de la constante de Rydberg, R_H, obtenido por Bohr.

Datos: $K = 9 \cdot 10^{9}\ N \cdot m^{2} \cdot C^{-2}$

$m_e = 9,107 \cdot 10^{-31}$ kg

$e = 1,602 \cdot 10^{-19}$ C

$h = 6,626 \cdot 10^{-34}$ J · s

$c = 3 \cdot 10^{8}$ m · s^{-1}

La expresión que permite calcular la constante de Rydberg de modo teórico es:

$$R_H = \frac{2 \cdot \pi^2 \cdot K^2 \cdot m \cdot e^4}{c \cdot h^3}$$

Sustituyendo valores, el resultado que obtenemos es:

$$R_H = \frac{2 \cdot \pi^2 \cdot \left(9 \cdot 10^9\right)^2 \cdot 9{,}107 \cdot 10^{-31} \cdot \left(1{,}602 \cdot 10^{-19}\right)^4}{3 \cdot 10^8 \cdot \left(6{,}626 \cdot 10^{-34}\right)^3} = 1{,}09892 \cdot 10^7 \text{ m}^{-1}$$

2. **Calcula el valor de la constante *B* que aparece en la expresión obtenida por Bohr para la energía de las órbitas del átomo de hidrógeno. Utiliza los datos que necesites de la actividad anterior.**

Teniendo en cuenta que:

$$E = -\frac{2 \cdot \pi^2 \cdot K^2 \cdot m \cdot e^4}{h^2} \cdot \frac{1}{n^2} = -\frac{B}{n^2}$$

Se obtiene:

$$B = \frac{2 \cdot \pi^2 \cdot K^2 \cdot m \cdot e^4}{h^2}$$

Por tanto, el valor de la constante es:

$$B = \frac{2 \cdot \pi^2 \cdot \left(9 \cdot 10^9\right)^2 \cdot 9{,}107 \cdot 10^{-31} \cdot \left(1{,}602 \cdot 10^{-19}\right)^4}{\left(6{,}626 \cdot 10^{-34}\right)^2} = 2{,}184 \cdot 10^{-18} \text{ J}$$

3. **Calcula la energía (expresada en eV) que corresponde al primer nivel de energía del átomo de hidrógeno.**

La energía que corresponde al primer nivel de energía del átomo de hidrógeno es:

$$E = -\frac{B}{n^2} = -\frac{2{,}184 \cdot 10^{-18}}{1^2} = -2{,}184 \cdot 10^{-18} \text{ J}$$

4. **Calcula la longitud de onda más larga que corresponde a la serie espectral de Lymann.**

La expresión general para el átomo de hidrógeno es:

$$\frac{1}{\lambda} = R_H \cdot \left(\frac{1}{m^2} - \frac{1}{n^2}\right)$$

La serie de Lymann se obtiene cuando $m = 1$. Por tanto:

$$\frac{1}{\lambda} = R_H \cdot \left(\frac{1}{1^2} - \frac{1}{n^2}\right) = R_H \cdot \left(1 - \frac{1}{n^2}\right)$$

La expresión que permite calcular el valor de la longitud de onda para los diferentes valores de n ($n = 2, 3... \infty$) es:

$$\lambda = \frac{1}{R_H \cdot \left(1 - \frac{1}{n^2}\right)}$$

Observa que el valor de n que hace máxima la longitud es aquel que hace que el valor del denominador sea más pequeño; en este caso, $n = 2$. Por tanto:

$$\lambda = \frac{1}{R_H \cdot \left(1 - \frac{1}{n^2}\right)} = \frac{1}{1{,}097 \cdot 10^7 \cdot \left(1 - \frac{1}{2^2}\right)} = 1{,}22 \cdot 10^{-7} \text{ m}$$

El valor calculado se corresponde con la longitud de onda más larga en la serie espectral de Lymann.

14.6. EL ESTABLECIMIENTO DE LA MECÁNICA CUÁNTICA

1. Calcula la longitud de onda de De Broglie asociada a una pelota de 0,2 kg de masa, que se mueve con una velocidad de 100 km · h^{-1}, y la asociada a una partícula de 10^{-3} mg de masa, que se mueve con una velocidad de 10^{-3} cm · s^{-1}.

Considera h = 6,626 · 10^{-34} J · s.

De acuerdo con la hipótesis de De Broglie, la longitud de onda asociada a la pelota es:

$$\lambda_1 = \frac{h}{m_1 \cdot v_1} = \frac{6{,}626 \cdot 10^{-34}}{0{,}2 \cdot 100 \cdot \frac{1\,000}{3\,600}} = 1{,}19 \cdot 10^{-34} \text{ m}$$

Y la que corresponde a la partícula:

$$\lambda_2 = \frac{h}{m_2 \cdot v_2} = \frac{6{,}626 \cdot 10^{-34}}{1 \cdot 10^{-6} \cdot 10^{-5}} = 6{,}626 \cdot 10^{-23} \text{ m}$$

2. Un electrón, de masa m_e = 9,107 · 10^{-31} kg, se mueve bajo la acción de un campo eléctrico con una velocidad de 6 · 10^5 m · s^{-1}. Según la hipótesis de De Broglie, ¿cuál será su longitud de onda asociada?

La longitud de onda que le corresponde es:

$$\lambda = \frac{h}{m \cdot v} = \frac{6{,}626 \cdot 10^{-34}}{9{,}107 \cdot 10^{-31} \cdot 6 \cdot 10^5} = 1{,}21 \cdot 10^{-9} \text{ m}$$

3. ¿Qué conclusiones podemos extraer de las actividades anteriores?

Observa que, a velocidades no relativistas, la naturaleza ondulatoria de la materia macroscópica no es muy relevante; por ello, las leyes de la mecánica clásica de Newton son aplicables.

Es lo que ocurre en la primera actividad. Sin embargo, en la segunda la velocidad del electrón es muy elevada, su masa muy pequeña, y la naturaleza ondulatoria de la materia cobra más importancia (recuerda los experimentos sobre difracción de electrones que realizaron Davisson y Germer en 1927).

14.7. LA CONFIRMACIÓN DE LA DUALIDAD

1. Una partícula de polvo, de 10^{-6} m de diámetro, cuya masa es 10^{-6} kg, se mueve con una velocidad de 1 m · s^{-1} determinada con una imprecisión de 10^{-4} m · s^{-1}. Calcula la imprecisión con que podemos medir su posición.

De acuerdo con el principio de incertidumbre:

$$\Delta x \cdot \Delta p \geq \frac{h}{4 \cdot \pi} \rightarrow \Delta x \geq \frac{h}{4 \cdot \pi \cdot \Delta p}$$

Por otro lado:

$$\Delta p = \Delta(m \cdot v) = \Delta m \cdot v + m \cdot \Delta v$$

suponiendo que la masa de la partícula está perfectamente definida, $\Delta m \simeq 0$, resulta:

$$\Delta x \geq \frac{h}{4 \cdot \pi \cdot m \cdot \Delta v} = \frac{6{,}626 \cdot 10^{-34}}{4 \cdot \pi \cdot 10^{-6} \cdot 10^{-4}} = 5{,}27 \cdot 10^{-25} \text{ m}$$

Como Δx es mucho menor que el diámetro de la partícula, podemos decir que su posición está bien definida.

2. Calcula la imprecisión con que medimos la posición de un electrón que se mueve con la misma velocidad de la partícula de la actividad anterior, determinada con la misma precisión.

Datos: $m_e = 9{,}107 \cdot 10^{-31}$ kg

Diámetro estimado del electrón ≈ 10^{-15} m

Siguiendo el mismo razonamiento que en la actividad anterior, la imprecisión en la posición del electrón es:

$$\Delta x \geq \frac{h}{4 \cdot \pi \cdot m \cdot \Delta v} = \frac{6{,}626 \cdot 10^{-34}}{4 \cdot \pi \cdot 9{,}107 \cdot 10^{-31} \cdot 10^{-4}} = 0{,}579 \text{ m}$$

En este caso, como Δx es mucho mayor que el diámetro del electrón. este se encuentra deslocalizado.

3. ¿Qué conclusiones extraes de las actividades anteriores?

Como se desprende del resultado de las dos actividades anteriores, los fenómenos cuánticos son inapreciables a escala macroscópica, pero tienen gran importancia en el microcosmos.

ACTIVIDADES DE LA UNIDAD

CUESTIONES

1. Di si es verdadero o falso y razona la respuesta: “Como la luz es una onda electromagnética, no puede tener cantidad de movimiento”.

Es falso. Si tenemos en cuenta la expresión de Einstein:

$$E = m \cdot c^2$$

Y la expresión que corresponde al momento lineal de un fotón:

$$p = m \cdot c$$

Obtenemos, al sustituir en la expresión anterior:

$$E = p \cdot c$$

Si igualamos este resultado con la expresión que corresponde a la energía asociada a un fotón, $E = h \cdot f$, obtenemos la expresión de la cantidad de movimiento que corresponde a un fotón:

$$h \cdot f = p \cdot c \rightarrow p = \frac{h \cdot f}{c}$$

2. Indica si es verdadero o falso, razonando la respuesta:

a) El trabajo de extracción de un metal depende de la frecuencia de la luz incidente.

b) La energía de un fotón es proporcional a su frecuencia.

c) En el modelo de Bohr, la energía del electrón está cuantizada.

d) Los electrones pueden difractarse.

a) Falso. El trabajo de extracción característico de cada metal se corresponde con la energía que hay que suministrarle para arrancarle un electrón, venciendo la interacción que lo mantiene ligado al núcleo. Se calcula como:

$$W = h \cdot f_0$$

donde f_0 es la frecuencia umbral, que no depende de la frecuencia de la radiación incidente.

b) Verdadero. La expresión que corresponde a la energía de un fotón (cuantizada) es:

$$E = h \cdot f$$

c) Verdadero. En el átomo de Bohr, la emisión o absorción de energía corresponde al paso de una órbita a otra. La diferencia de energía que existe entre ambas, $E_2 - E_1$, corresponde a la emisión o absorción de un fotón de frecuencia $h \cdot f$, donde h es la constante de Planck, cumpliéndose la relación:

$$E_2 - E_1 = h \cdot f$$

d) Verdadero. La primera experiencia de difracción de electrones fue realizada por Davisson y Germer en 1927.

3. ¿De cuál de los siguientes parámetros depende el que una luz provoque o no efecto fotoeléctrico? Razona la respuesta.

a) De la intensidad.

b) De la amplitud.

c) De la longitud de onda.

d) De ninguno de los anteriores.

Existe una longitud de onda umbral, λ_0, propia de cada material, por encima de la cual no se produce el efecto fotoeléctrico. Dicha longitud de onda se corresponde con el valor máximo de la radiación electromagnética que permite la extracción de electrones en cada tipo de material. En el límite, la energía del fotón incidente es igual al trabajo de extracción que hay que realizar para extraer el electrón del material:

$$h \cdot f_0 = h \cdot \frac{c}{\lambda_0} = W_{ext}$$

Por tanto, para que se produzca el efecto fotoeléctrico, debe cumplirse la siguiente condición:

$$\lambda_0 \leq h \cdot \frac{c}{W_{ext}}$$

La respuesta correcta es **c).**

4. ¿Cómo justificas que la teoría electromagnética de Maxwell (la teoría electromagnética clásica), sea incapaz de explicar el efecto fotoeléctrico?

La teoría electromagnética de Maxwell explicaría el fenómeno en términos de energía. De acuerdo con la experiencia, diríamos que las ondas electromagnéticas que inciden sobre el metal ceden a cada electrón arrancado una energía superior a la energía de ligadura que le corresponde.

Al estudiar el bloque de ondas, vimos que la intensidad (energía por unidad de superficie) de una onda es:

$$I = \frac{P_{Foco}}{4 \cdot \pi \cdot r^2} = \frac{2 \cdot \pi \cdot r^2 \cdot \rho \cdot v^2 \cdot \omega^2 \cdot A^2}{4 \cdot \pi \cdot r^2} = \frac{1}{2} \cdot \rho \cdot v \cdot \omega^2 \cdot A^2 =$$
$$= \frac{1}{2} \cdot \rho \cdot v \cdot 4 \cdot \pi^2 \cdot f^2 \cdot A^2 = 2 \cdot \rho \cdot v \cdot \pi^2 \cdot f^2 \cdot A^2$$

De acuerdo con la teoría clásica, si la onda fuese de baja frecuencia, podríamos aumentar la amplitud, A, hasta que la intensidad fuese suficientemente elevada para que pudiésemos arrancar los electrones a los átomos del material. Sin embargo, esto no es cierto. Existe una frecuencia umbral por debajo de la cual el efecto fotoeléctrico no se produce, independientemente del valor que tenga la amplitud de la onda.

5. Al iluminar una lámina de cinc con una lámpara de luz ultravioleta, se produce una emisión de electrones.

Si aumentamos la intensidad de la luz con que iluminamos la lámina de cinc y no modificamos la longitud de onda de la radiación emitida, podemos afirmar que:

	La energía máxima del electrón	El número de electrones emitidos por segundo
a)	Aumenta	No varía
b)	No varía	Aumenta
c)	No varía	No varía
d)	Aumenta	No varía

De acuerdo con la ecuación de Einstein para el efecto fotoeléctrico:

$$h \cdot f = W + E$$

Despejando la energía cinética máxima, E, resulta:

$$E = h \cdot f - W$$

La energía cinética con que son emitidos los electrones, E, depende del trabajo de extracción, W, que es fijo para el material, y de la frecuencia (o longitud de onda) del electrón. Por tanto, si no se modifica la longitud de onda de la radiación incidente, la energía cinética máxima con que son emitidos los electrones no varía.

Sin embargo, al aumentar la intensidad de la radiación incidente, aumenta la intensidad de corriente que circula por el circuito, que crece hasta alcanzar cierto valor, que se conoce como "intensidad de saturación". Por tanto, al aumentar la intensidad de la radiación incidente, aumenta el número de electrones emitidos por unidad de tiempo.

La respuesta correcta es **b).**

6. Una superficie emite electrones por efecto fotoeléctrico cuando sobre ella incide una luz verde de 5 000 Å, pero no lo hace cuando la luz es amarilla (6 000 Å).

a) ¿Debe esperarse emisión de electrones cuando la superficie se ilumina con luz roja (7 000 Å)?

b) ¿Y si iluminamos con luz azul, cuya longitud de onda es 4 100 Å?

a) Existe una longitud de onda umbral, λ_0, propia de cada material, por encima de la cual no se produce el efecto fotoeléctrico. Para la longitud de onda umbral, la energía del fotón incidente es igual al trabajo de extracción que hay que realizar para extraer el electrón del material:

$$h \cdot f_0 = h \cdot \frac{c}{\lambda_0} = W_{ext}$$

Para que se produzca el efecto fotoeléctrico, debe cumplirse, por tanto, la siguiente condición:

$$\lambda_0 \leq h \cdot \frac{c}{W_{ext}}$$

El enunciado nos indica que la longitud de onda umbral está entre 5 000 Å y 6 000 Å.

Por tanto, si la longitud de onda con que se ilumina la placa es de 7 000 Å, no se producirá la emisión de electrones.

b) En cambio, si la luz es de 4 100 Å, que es una longitud de onda inferior a la umbral, sí se producirá el efecto fotoeléctrico.

7. Escribe la ecuación del efecto fotoeléctrico, indicando el significado de cada término.

La ecuación de Einstein del efecto fotoeléctrico relaciona la energía del fotón incidente, $h \cdot f$, con el trabajo de extracción, W_e, y con la energía cinética con que sale el electrón del metal, E_{cin}:

$$E_{fotón} = E_{cin} + W_e \rightarrow h \cdot f = \frac{1}{2} \cdot m_e \cdot v_e^2 + h \cdot f_0$$

En la expresión anterior, f_0 es la frecuencia umbral del metal.

8. Si se duplica la frecuencia de la radiación que incide sobre una placa de metal, ¿se duplica la energía cinética máxima de los electrones extraídos por efecto fotoeléctrico? ¿Por qué?

Supongamos una frecuencia, f_1, a la cual tiene lugar el efecto fotoeléctrico. De acuerdo con la ecuación de Einstein, la energía cinética máxima es:

$$h \cdot f_1 = W_{ext} + E_1 \quad \rightarrow \quad E_1 = h \cdot f_1 - W_{ext}$$

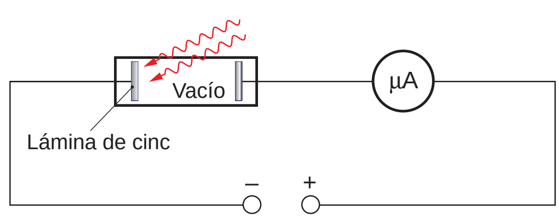
Supongamos ahora que se dobla la frecuencia de la radiación incidente, que pasa a ser $2 \cdot f_1$. En este caso, la energía cinética máxima es:

$$h \cdot 2 \cdot f_1 = W_{ext} + E_2 \quad \rightarrow \quad E_2 = h \cdot 2 \cdot f_1 - W_{ext}$$

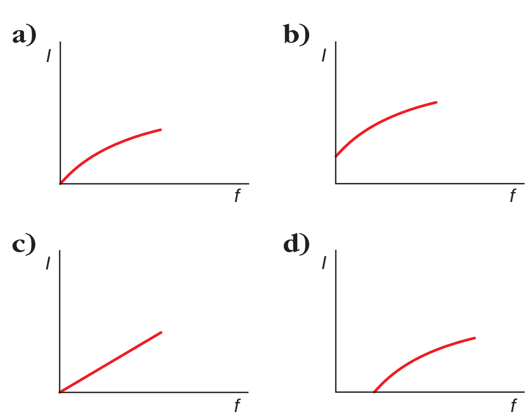
Como se puede apreciar, E_2 es mayor, pero no es el doble que E_1. Al duplicar la frecuencia, no se duplica la energía cinética máxima de los electrones emitidos:

$$E_2 \neq 2 \cdot E_1 \quad \rightarrow \quad h \cdot 2 \cdot f_1 - W_{ext} \neq 2 \cdot (h \cdot f_1 - W_{ext})$$

9. La figura muestra el esquema de un dispositivo que permite comprobar el efecto fotoeléctrico.



¿Cuál de las gráficas que siguen muestra la relación que existe entre la corriente que mide el microamperímetro y la frecuencia, *f*, de la radiación incidente?



Para que se produzca el efecto fotoeléctrico, es necesario que la luz incidente tenga una frecuencia igual o superior a la frecuencia umbral. De acuerdo con esto, la respuesta b) debe ser rechazada, ya que registra intensidad para cualquier frecuencia, lo que supone que se produce el efecto fotoeléctrico en cualquier circunstancia.

Además de ello, debemos tener en cuenta que la intensidad que circula por el circuito depende de la intensidad de la radiación aplicada. Al aumentar la frecuencia de la radiación aplicada, aumenta la intensidad de corriente, que crece hasta alcanzar un valor máximo, i_s, denominado corriente de saturación. De acuerdo con esto, la intensidad de corriente aumentará cada vez más lentamente, hasta alcanzar un máximo, i_s.

La respuesta correcta es, por tanto, **d).**

10. ¿Cuál de los siguientes fenómenos que se indica pone en evidencia la existencia de niveles de energía en los átomos?

a) El espectro que corresponde a la radiación emitida por una bombilla con filamento de tungsteno.

b) El espectro de emisión que corresponde a una lámpara de vapor de mercurio.

c) El efecto fotoeléctrico.

Cuando son excitados mediante una chispa o por medio de un arco eléctrico, los gases y los vapores emiten un espectro electromagnético discontinuo al que se denomina espectro de emisión.

A partir del estudio de este espectro para el átomo de hidrógeno, Bohr formuló un modelo atómico según el cual las rayas espectrales demuestran la existencia de niveles energéticos en los átomos. La respuesta correcta es, por tanto, **b).**

11. Explica por qué dos átomos diferentes que pierden energía emiten dos espectros diferentes.

Un átomo puede emitir o absorber radiación electromagnética al ser estimulado, calentándolo o por radiación, pero solo en determinadas frecuencias, múltiplos de la constante de Planck. Este conjunto de frecuencias forman, para cada átomo, su espectro de absorción o emisión correspondiente.

Estos espectros son característicos para cada átomo, por lo que permiten identificarlos.

12. La habitación donde se revelan fotografías debe estar iluminada con luz de color rojo.

a) ¿Cómo lo explicas?

b) ¿Qué podría ocurrir con una película si iluminásemos la habitación con luz de color azul?

c) ¿Y si iluminásemos la habitación con muchas bombillas que produjesen luz roja?

a) Las películas fotográficas son muy sensibles a la luz. Si la radiación electromagnética que incide sobre ellas es de frecuencia elevada, puede llegar a penetrar las capas superficiales de la placa y velarla.

b) Por eso es necesario revelar con luz roja, que es la luz de menor frecuencia dentro del espectro visible. Si iluminásemos la habitación con luz de color azul, que tiene mayor frecuencia, la placa se velaría.

c) Si iluminamos con muchas bombillas de luz roja, aunque aumentamos la intensidad de la radiación, la película no se vela, porque la radiación es de baja frecuencia y no posee suficiente energía para atravesar las capas superficiales de la película y llegar a la capa sensible.

13. La cantidad de movimiento de un fotón viene expresada por:

a) $p = m \cdot c^2$ **b)** $p = h \cdot f$ **c)** $p = h / \lambda$

La energía de un fotón, de acuerdo con la teoría de la relatividad, es:

$$E = m \cdot c^2$$

Y también, según la ecuación de Planck-Einstein:

$$E = h \cdot f$$

Si igualamos ambas expresiones, se obtiene:

$$m \cdot c^2 = h \cdot f$$

Teniendo en cuenta la relación que existe entre la longitud de onda de un fotón y su frecuencia, $c = \lambda \cdot f$, la expresión anterior queda como sigue:

$$m \cdot c^2 = h \cdot \frac{c}{\lambda} \rightarrow m \cdot c = \frac{h}{\lambda} \rightarrow p = \frac{h}{\lambda}$$

Por tanto, la respuesta correcta es la **c).**

14. ¿En qué consiste la dualidad onda-corpúsculo? Escribe la ecuación de De Broglie y comenta su significado e importancia física.

El aparente conflicto entre las propiedades corpusculares y ondulatorias de la luz se resolvió aceptando que la luz, y, en general, las ondas electromagnéticas, tienen una naturaleza dual: como onda y como partícula. Ambos aspectos son necesarios para comprender la naturaleza de la luz.

Una vez establecida la naturaleza ondulatoria de la luz, De Broglie postula que, si existen objetos materiales, los fotones, con una naturaleza dual, deberá ser posile que esta dualidad se extendiese a toda la materia, especialmente a los electrones, ya que estos, en el átomo, no obedecen las leyes clásicas, puesto que no radian energía de forma continua como predice la teoría electromagnética.

Para ello planteó la siguiente relación entre la longitud de onda asociada a la partícula y su momento lineal:

$$\lambda = \frac{h}{p}$$

15. Considera las longitudes de onda de un protón y un electrón. Indica cuál de ellas es menor si las partículas tienen:

a) La misma velocidad.

b) La misma energía cinética.

c) El mismo momento lineal.

Para resolver esta cuestión recuerda que:

$$\left.\begin{aligned} m_e &= 9{,}11 \cdot 10^{-31}\ \text{kg} \\ m_p &= 1{,}67 \cdot 10^{-27}\ \text{kg} \end{aligned}\right\} \rightarrow m_p \simeq 1833 \cdot m_e$$

Por otro lado, las longitudes de onda del electrón y el protón, según la hipótesis de De Broglie, son:

$$\lambda_e = \frac{h}{m_e \cdot v_e}$$
$$\lambda_p = \frac{h}{m_p \cdot v_p}$$

a) Si tienen la misma velocidad:

$$v_e = v_p = v$$

Entonces:

$$\left.\begin{aligned} \lambda_e &= \frac{h}{m_e \cdot v} \\ \lambda_p &= \frac{h}{m_p \cdot v} \end{aligned}\right\} \rightarrow \frac{\lambda_e}{\lambda_p} = \frac{m_p}{m_e} = \frac{1833 \cdot m_e}{m_e} \rightarrow \lambda_e = 1833 \cdot \lambda_p \rightarrow \lambda_p < \lambda_e$$

En este caso, la longitud de onda del electrón es mayor que la del protón; en concreto, 1833 veces mayor.

b) Si tienen la misma energía cinética; $E_{c_e} = E_{c_p} = E_c$:

$$\left.\begin{aligned} E_{c_e} &= \frac{1}{2} \cdot m_e \cdot v_e^2 \\ E_{c_p} &= \frac{1}{2} \cdot m_p \cdot v_p^2 \end{aligned}\right\} \rightarrow m_e \cdot v_e^2 = m_p \cdot v_p^2 \rightarrow \frac{v_p}{v_e} = \frac{1}{\sqrt{1833}}$$

Por tanto:

$$\frac{\lambda_e}{\lambda_p} = \frac{\dfrac{h}{m_e \cdot v_e}}{\dfrac{h}{m_p \cdot v_p}} = \frac{m_p \cdot v_p}{m_e \cdot v_e} = \frac{1833 \cdot m_e}{m_e} \cdot \frac{1}{\sqrt{1833}} = 42{,}81 \rightarrow \lambda_e = 42{,}81 \cdot \lambda_p \rightarrow \lambda_p < \lambda_e$$

La longitud de onda del electrón es 42,81 veces mayor que la del protón.

c) Si tienen el mismo momento lineal; $p_e = p_p = p$.

$$\left.\begin{aligned} p &= m_e \cdot v_e \\ p &= m_p \cdot v_p \end{aligned}\right\} \rightarrow m_e \cdot v_e = m_p \cdot v_p$$

Por tanto:

$$\frac{\lambda_e}{\lambda_p} = \frac{\frac{h}{p_e}}{\frac{h}{p_p}} = \frac{p_p}{p_e} = \frac{p}{p} = 1 \rightarrow \lambda_e = \lambda_p$$

En este caso, la longitud de onda del electrón y del protón es la misma.

16. Enuncia el principio de indeterminación de Heisenberg y comenta su significado físico.

De acuerdo con el principio de incertidumbre de Heisenberg, es físicamente imposible medir simultáneamente la posición y el momento lineal de una partícula de forma exacta:

$$\Delta x \cdot \Delta p \geq \frac{h}{4 \cdot \pi}$$

Si Δx disminuye (utilizando, por ejemplo, radiación de muy corta longitud de onda), Δp aumenta, y viceversa.

El principio de incertidumbre evidencia que el proceso de medida supone siempre una interacción que modifica el valor de la longitud que se mide. Sin embargo, teniendo en cuenta el pequeño valor de la constante de Planck, a nivel macroscópico las incertidumbres expresadas en el principio de incertidumbre de Heisenberg son despreciables frente a los valores medidos, lo que no ocurre a nivel macroscópico, donde sí tienen gran importancia.

EJERCICIOS

En los ejercicios que siguen, utiliza los datos que se ofrecen a continuación cuando sean necesarios:

$h = 6{,}626 \cdot 10^{-34}$ J · s	$m_e = 9{,}11 \cdot 10^{-31}$ kg
$c = 3 \cdot 10^{8}$ m/s	$m_p = 1{,}67 \cdot 10^{-27}$ kg
$e = 1{,}6 \cdot 10^{-19}$ C	1 eV = $1{,}6 \cdot 10^{-19}$ J

17. La mayor sensibilidad del ojo humano corresponde a una luz cuya longitud de onda es 550 nm.

Calcula la energía que corresponde a un fotón que tiene esa longitud de onda.

La energía asociada a un fotón que posee esa longitud de onda es:

$$E = h \cdot f = h \cdot \frac{c}{\lambda} = 6{,}626 \cdot 10^{-34} \cdot \frac{3 \cdot 10^{8}}{5{,}5 \cdot 10^{-7}} = 3{,}6 \cdot 10^{-19} \text{ J}$$

18. Expresa en eV la energía que posee cada uno de los fotones que se indican:

a) Fotón de una emisión de radiofrecuencia (0,9 MHz).

b) Fotón correspondiente al infrarrojo (98 THz).

c) **Fotón de luz amarilla (6 000 Å).**

d) **Fotón de luz azul (4 500 Å).**

Al resolver esta cuestión, debemos tener en cuenta que 1 eV = 1,6 · 10^{-19} J.

La energía que corresponde a un fotón de frecuencia f y longitud de onda λ podemos calcularla por medio de la expresión:

$$E = h \cdot f = h \cdot \frac{c}{\lambda}$$

En cada uno de los cuatro casos que nos proponen se obtienen los siguientes resultados:

Frecuencia (Hz)	Longitud de onda (m)	Energía (J)	Energía (eV)
0,9 · 10^6 Hz		5,967 · 10^{-28}	3,73 · 10^{-9}
98 · 10^{12} Hz		6,497 · 10^{-20}	0,406
	6 000 · 10^{-10}	3,315 · 10^{-19}	2,07
	4 500 · 10^{-10}	4,42 · 10^{-19}	2,76

19. En el ejercicio anterior, calcula la densidad media de fotones que corresponde a una onda plana en cada uno de los casos anteriores, si la intensidad en todos ellos es de 2 W · m^{-2}. Expresa el resultado en fotones por metro cuadrado y segundo.

Al resolver este ejercicio, haremos el cálculo para el primer supuesto y daremos el resultado para los restantes.

Si realizamos el cociente entre la intensidad de la luz y la energía que corresponde a cada fotón, obtenemos el resultado que se pide.

La energía asociada al fotón de 0,9 MHz ha sido calculada en el ejercicio anterior:

$$E_1 = h \cdot f = 6{,}63 \cdot 10^{-34} \cdot 0{,}9 \cdot 10^6 = 5{,}967 \cdot 10^{-28} \text{ J/fotón}$$

Por tanto:

$$n_1 = \frac{I}{E_1} = \frac{2 \dfrac{\text{J}}{\text{s} \cdot \text{m}^2}}{5{,}967 \cdot 10^{-28} \dfrac{\text{J}}{\text{fotón}}} = 3{,}354 \cdot 10^{27} \ \frac{\text{fotones}}{\text{m}^2 \cdot \text{s}}$$

Para los demás casos resulta:

$$n_2 = 3{,}080 \cdot 10^{19} \text{ fotones/(m}^2 \cdot \text{s)}$$

$$n_3 = 6{,}033 \cdot 10^{18} \text{ fotones/(m}^2 \cdot \text{s)}$$

$$n_4 = 4{,}525 \cdot 10^{18} \text{ fotones/(m}^2 \cdot \text{s)}$$

20. Un láser emite un rayo de luz monocromático, de longitud de onda λ, con una potencia de emisión constante, *P*. Determina la expresión que permite calcular el número de fotones emitidos por el láser cada segundo.

Suponemos que la luz está formada por fotones, cada uno de ellos de energía $h \cdot f$. Si dividimos la potencia de la luz emitida por la energía que corresponde a cada fotón, obtenemos el número de fotones emitidos por segundo.

La energía asociada a cada fotón es:

$$E = h \cdot f = h \cdot \frac{c}{\lambda}$$

Por tanto:

$$n = \frac{P}{E} = \frac{P \frac{\text{J}}{\text{s}}}{h \cdot \frac{c}{\lambda} \ \frac{\text{J}}{\text{fotón}}} = \frac{P \cdot \lambda}{h \cdot c} \ \frac{\text{fotones}}{\text{s}}$$

21. ¿Se produce corriente fotoeléctrica cuando luz de 400 nm incide sobre un metal cuyo trabajo de extracción es de 2,3 eV?

Se producirá corriente fotoeléctrica si la energía de los fotones de la radiación incidente es mayor que el trabajo de extracción del metal.

La energía de los fotones incidentes es:

$$E = h \cdot f = h \cdot \frac{c}{\lambda} = 6{,}626 \cdot 10^{-34} \cdot \frac{3 \cdot 10^{8}}{400 \cdot 10^{-9}} = 4{,}9695 \cdot 10^{-19} \text{ J} = 3{,}11 \text{ eV}$$

Como $E = 3{,}11$ eV > 2,3 eV = W_e, sí se producirá corriente fotoeléctrica.

22. Al absorber un fotón se produce en un átomo una transición electrónica entre dos niveles separados por una energía de $12 \cdot 10^{-19}$ J.

a) Explica, desde un punto de vista energético, el proceso de absorción del fotón por el átomo. ¿Volverá espontáneamente el átomo a su estado inicial?

b) Si el mismo fotón incidiera en la superficie de un metal cuyo trabajo de extracción es de 3 eV, ¿se produciría emisión fotoeléctrica?

a) La ecuación que representa el proceso, desde un punto de vista energético, es la siguiente:

$$E_2 = E_1 + h \cdot \nu_{fotón}$$

El átomo volverá espontáneamente al estado inicial en que se encontraba, que es más estable por ser menos energético.

b) El trabajo de extracción, expresado en joules, es:

$$W_e = 3 \text{ eV} \cdot 1{,}6 \cdot 10^{-19} \text{ J/eV} = 4{,}8 \cdot 10^{-19} \text{ J}$$

Como la energía del fotón es mayor que el trabajo de extracción, sí se producirá el efecto fotoeléctrico:

$$E = 12 \cdot 10^{-19}\ \text{J} > 4{,}8 \cdot 10^{-19}\ \text{J} = W_e$$

23. Calcula la longitud de onda asociada a una pelota de golf de 50 g de masa que se mueve con una velocidad de 250 m · s⁻¹.

La longitud de onda correspondiente la obtenemos aplicando la ecuación de De Broglie:

$$\lambda = \frac{h}{m \cdot v} = \frac{6{,}626 \cdot 10^{-34}}{50 \cdot 10^{-3} \cdot 250} = 5{,}301 \cdot 10^{-35}\ \text{m}$$

24. Calcula la longitud de onda asociada a un electrón que se mueve con una velocidad igual al 2% de la velocidad de la luz.

Aplicando directamente la expresión de De Broglie y sustituyendo, resulta:

$$\lambda = \frac{h}{m_e \cdot v} = \frac{6{,}626 \cdot 10^{-34}}{9{,}11 \cdot 10^{-31} \cdot \left(0{,}02 \cdot 3 \cdot 10^{8}\right)} = 1{,}207 \cdot 10^{-10}\ \text{m}$$

25. Calcula la longitud de onda asociada a un electrón y a un protón que se mueven con una velocidad igual al 20% de la velocidad de la luz. Analiza e interpreta el resultado que obtienes en cada caso.

En este problema debemos aplicar la expresión de De Broglie al electrón y al protón. Para el electrón resulta:

$$\lambda_{electrón} = \frac{h}{m_{electrón} \cdot v} = \frac{6{,}626 \cdot 10^{-34}}{9{,}11 \cdot 10^{-31} \cdot (0{,}2 \cdot 3 \cdot 10^{8})} = 1{,}212 \cdot 10^{-11}\ \text{m}$$

mientras que para el protón:

$$\lambda_{protón} = \frac{h}{m_{protón} \cdot v} = \frac{6{,}626 \cdot 10^{-34}}{1{,}67 \cdot 10^{-27} \cdot (0{,}2 \cdot 3 \cdot 10^{8})} = 6{,}613 \cdot 10^{-15}\ \text{m}$$

Como se aprecia, debido a su mayor masa, la longitud de onda asociada al protón es menor, lo que hace que sea más difícil detectarla y medirla.

26. Admitiendo que el protón tiene, en reposo, una masa aproximadamente 1 836 veces mayor que la del electrón, también en reposo, ¿qué relación existirá entre las longitudes de onda de De Broglie de las dos partículas, suponiendo que se mueven con la misma energía cinética y despreciando los efectos relativistas?

Como ambas partículas tienen la misma energía cinética:

$$E_{c_p} = E_{c_e} = E_c$$

Podemos obtener la siguiente relación entre sus velocidades:

$$\left.\begin{array}{l} E_{c_e} = \dfrac{1}{2} \cdot m_e \cdot v_e{}^2 \\ E_{c_p} = \dfrac{1}{2} \cdot m_p \cdot v_p{}^2 \end{array}\right\} \rightarrow m_e \cdot v_e{}^2 = m_p \cdot v_p{}^2 \rightarrow \frac{v_p}{v_e} = \frac{1}{\sqrt{1836}}$$

Ya que $m_p = 1\,836 \cdot m_e$

Por tanto:

$$\frac{\lambda_e}{\lambda_p} = \frac{\dfrac{h}{m_e \cdot v_e}}{\dfrac{h}{m_p \cdot v_p}} = \frac{m_p \cdot v_p}{m_e \cdot v_e} = \frac{1836 \cdot m_e}{m_e} \cdot \frac{1}{\sqrt{1836}} = 42,85$$

PROBLEMAS

27 La Tierra recibe 8,4 J · cm^{-2} · min^{-1} de radiación solar. ¿A cuántos fotones corresponde esa cifra, suponiendo para la luz solar una longitud de onda media de 5 500 Å? Expresa el resultado en fotones · cm^{-2} · s^{-1}.

La energía asociada a un fotón de 5 500 Å resulta:

$$E = h \cdot f = h \cdot \frac{c}{\lambda} = 6,63 \cdot 10^{-34} \cdot \frac{3 \cdot 10^8}{5\,500 \cdot 10^{-10}} = 3,616 \cdot 10^{-19} \text{ J}$$

Si dividimos la intensidad de radiación que llega a la Tierra por el valor de la energía asociada a un fotón, obtenemos el resultado que nos piden:

$$n = \frac{I}{E} = \frac{\dfrac{8,4 \text{ J}}{60 \text{ s} \cdot \text{cm}^2}}{3,616 \cdot 10^{-19} \dfrac{\text{J}}{\text{fotón}}} = 3,87 \cdot 10^{17} \ \frac{\text{fotones}}{\text{cm}^2 \cdot \text{s}}$$

28. Una fuente de luz monocromática emite una radiación electromagnética cuya longitud de onda es λ = 6,7 · 10^{-7} m, siendo su potencia 20 W.

Calcula el número de fotones que emite dicha fuente por segundo.

Suponemos que la luz está formada por fotones, cada uno de ellos de energía $h \cdot f$. Si realizamos el cociente entre la potencia con que se emite la radiación y la energía que corresponde a cada fotón, obtenemos el resultado que se pide.

La energía asociada a cada fotón resulta:

$$E = h \cdot f = h \cdot \frac{c}{\lambda} = 6,63 \cdot 10^{-34} \cdot \frac{3 \cdot 10^8}{6,7 \cdot 10^{-7}} = 2,97 \cdot 10^{-19} \text{ J/fotón}$$

De este modo:

$$n = \frac{P}{E} = \frac{20\ \frac{\text{J}}{\text{s}}}{2,97 \cdot 10^{-19}\ \frac{\text{J}}{\text{fotón}}} = 6,74 \cdot 10^{19}\ \frac{\text{fotones}}{\text{s}}$$

NOTA: la resolución de este problema se ofrece también en el CD-ROM para el alumnado.

29. La energía que se requiere para extraer un electrón del sodio es 2,4 V. ¿Podemos producir el efecto fotoeléctrico sobre el sodio con una luz anaranjada cuya longitud de onda es 6 500 Å?

Justifica la respuesta.

La energía que necesitamos para extraer un electrón del sodio es, precisamente, el trabajo de extracción. Con ese dato podemos calcular la longitud de onda umbral:

$$h \cdot \frac{c}{\lambda_0} = W_{ext} \rightarrow \lambda_0 = h \cdot \frac{c}{W_{ext}} =$$

$$= 6,63 \cdot 10^{-34} \cdot \frac{3 \cdot 10^8}{2,4 \cdot \left(1,6 \cdot 10^{-19}\right)} = 5,18 \cdot 10^{-7}\ \text{m} = 5\ 180\ \text{Å}$$

Para longitudes de onda superiores a la umbral, como la energía de los fotones es $E = h \cdot c/\lambda$, no basta para producir el efecto fotoeléctrico. De ahí que, al ser la longitud de onda de la luz anaranjada 6 500 Å, es decir, superior a la longitud de onda umbral, no sea posible producir el efecto fotoeléctrico.

30. Se desea construir una célula fotoeléctrica que emita electrones con una energía cinética de 3 eV cuando incida sobre ella radiación ultravioleta de longitud de onda de 300 nm. Calcula la longitud de onda umbral del material a utilizar en la construcción de la célula. ¿Qué ocurriría si para ello se utilizara un material con una longitud de onda umbral inferior a la calculada?

La ecuación de Einstein para el efecto fotoeléctrico es la siguiente:

$$E = E_c + W_e$$

En ella, E es la energía del fotón incidente; E_c, la energía cinética del electrón emitido, y W_e, el trabajo de extracción del metal. Por tanto:

$$h \cdot f = E_c + h \cdot f_0 \rightarrow \frac{h \cdot c}{\lambda} = E_c + \frac{h \cdot c}{\lambda_0} \rightarrow$$

$$\rightarrow \lambda_0 = \frac{h \cdot c \cdot \lambda}{h \cdot c - \lambda \cdot E_c} = \frac{6,626 \cdot 10^{-34} \cdot 3 \cdot 10^8 \cdot 300 \cdot 10^{-9}}{6,626 \cdot 10^{-34} \cdot 3 \cdot 10^8 - 300 \cdot 10^{-9} \cdot 3 \cdot 1,6 \cdot 10^{-19}} =$$

$$= 1,089 \cdot 10^{-6}\ \text{m} = 1\,089\ \text{nm}$$

Si utilizáramos un material con una longitud de onda umbral inferior a la calculada el trabajo de extracción sería mayor y entonces, o bien no se produciría efecto fotoeléctrico, o si se produjera, la energía cinética de los electrones emitidos sería menor de 3 eV.

31 Al estudiar experimentalmente el efecto fotoeléctrico se observa que la mayor longitud de onda para la que se produce dicho efecto en un determinado metal es 690 nm.

Calcula:

a) **El trabajo de extracción de un electrón perteneciente a ese metal.**

b) **La energía cinética máxima de los electrones que pueden ser extraídos del metal, emitidos cuando este se ilumina con luz de 400 nm de longitud de onda.**

c) **El potencial de frenado.**

a) El enunciado nos proporciona la longitud de onda umbral. Para esta longitud de onda, la energía que el fotón comunica al electrón es, precisamente, la energía necesaria para extraerlo del metal. Por tanto:

$$h \cdot \frac{c}{\lambda_0} = W_{ext} \rightarrow$$

$$\rightarrow W_{ext} = 6,626 \cdot 10^{-34} \cdot \frac{3 \cdot 10^8}{690 \cdot 10^{-9}} = 2,881 \cdot 10^{-19} \text{ J}$$

b) De acuerdo con la ecuación de Einstein para el efecto fotoeléctrico:

$$h \cdot \frac{c}{\lambda} = W_{ext} + E$$

Despejando la energía cinética máxima, E, y sustituyendo, resulta:

$$E = h \cdot \frac{c}{\lambda} - W_{ext} =$$

$$= 6,63 \cdot 10^{-34} \cdot \frac{3 \cdot 10^8}{400 \cdot 10^{-9}} - 2,881 \cdot 10^{-19} = 2,089 \cdot 10^{-19} \text{ J}$$

c) El potencial de frenado de los electrones es el potencial que hay que aplicar para conseguir que los electrones no lleguen al ánodo. Para ello, la energía potencial del electrón sometido a dicho potencial, $e \cdot V$, debe ser igual a su energía cinética.

$$E_p = E_c$$

Es decir:

$$e \cdot V = E \rightarrow V = \frac{E}{e} = \frac{2,089 \cdot 10^{-19}}{1,6 \cdot 10^{-19}} = 1,305 \text{ V}$$

32. Cuando es iluminada con una frecuencia de $9 \cdot 10^{14}$ Hz, una superficie metálica emite electrones que pueden detenerse con un potencial de frenado de 0,6 V. Sabiendo que cuando se utiliza luz cuya frecuencia es $1,26 \cdot 10^{15}$ Hz, el potencial de frenado es 2,1 V, calcula:

a) **El valor de la constante de Planck.**

b) **El trabajo de extracción de un electrón perteneciente a ese metal.**

a) El potencial de frenado de los electrones es el potencial que hay que aplicar para conseguir que estos no lleguen al ánodo. Para ello, la energía potencial del electrón sometido a dicho potencial, $e \cdot V$, debe ser igual a su energía cinética.

De ese modo, al aplicar a ambos casos la ecuación de Einstein del efecto fotoeléctrico, resulta:

$$h \cdot f_1 = W_e + e \cdot V_1$$

$$h \cdot f_2 = W_e + e \cdot V_2$$

El sistema de ecuaciones que forman las dos expresiones anteriores permite determinar el valor que corresponde a cada una de las dos magnitudes que se piden, la constante de Planck, h, y el trabajo de extracción, W_e.

Restando miembro a miembro la primera ecuación de la segunda y sacando factor común:

$$h \cdot (f_2 - f_1) = e \cdot (V_2 - V_1)$$

Despejando h y sustituyendo valores, resulta:

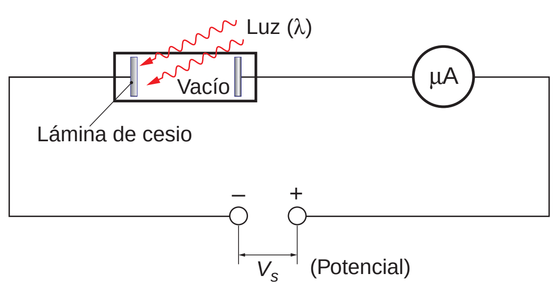
$$h = \frac{e \cdot (V_2 - V_1)}{f_2 - f_1} = \frac{1,6 \cdot 10^{-19} \cdot (2,1 - 0,6)}{1,26 \cdot 10^{15} - 9 \cdot 10^{14}} = 6,67 \cdot 10^{-34} \text{ J} \cdot \text{s}$$

b) Si ahora despejamos el trabajo de extracción de la segunda de las ecuaciones, por ejemplo, resulta:

$$W_e = h \cdot f_2 - e \cdot V_2 = 6,67 \cdot 10^{-34} \cdot 1,26 \cdot 10^{15} - 1,6 \cdot 10^{-19} \cdot 2,1 =$$

$$= 5,04 \cdot 10^{-19} \text{ J} = 3,15 \text{ eV}$$

33. El circuito de la figura se utiliza para estudiar el efecto fotoeléctrico.



El cátodo de cesio se ilumina con luz monocromática de diferentes longitudes de onda, λ. El potencial de frenado, V_0, se ajusta hasta que la corriente medida con el microamperímetro se anula. Los resultados que se obtienen son:

λ (nm)	590	510	450	410	370
V_0 (V)	0,22	0,54	0,86	1,13	1,46

a) Dibuja una gráfica en la que se aprecie cómo varía la tensión, V_0, en función de la frecuencia, f, de la radiación incidente.

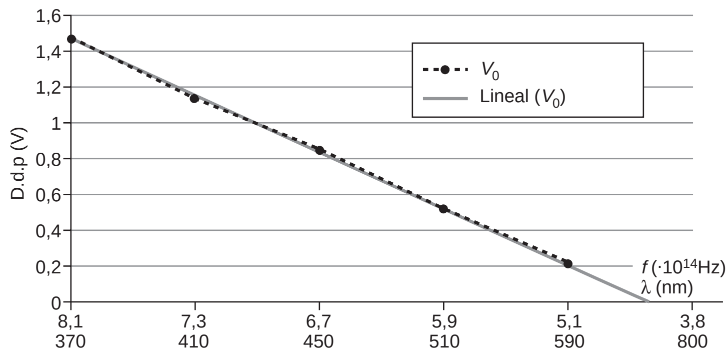
b) A partir de la gráfica, determina:

— La frecuencia umbral para el cesio.

— El trabajo de extracción de un electrón perteneciente al cesio.

— La constante de Planck.

a) Al representar los datos en función de f y λ, resulta:



En el gráfico, la línea gris es la interpolación lineal de los valores experimentales obtenidos.

b) La ecuación del efecto fotoeléctrico es:

$$h \cdot f = W_{ext} + E$$

La frecuencia umbral es aquella para la cual el fotón tiene una energía igual al trabajo de extracción. Por tanto, para la frecuencia umbral:

$$h \cdot f_0 = W_{ext} \rightarrow E = e \cdot V = 0 \rightarrow V = 0$$

Como vemos, a la frecuencia umbral, el potencial de frenado es nulo; si prolongamos la recta hasta que corte en el eje de abscisas ($V = 0$), según se muestra en la interpolación lineal, obtenemos la frecuencia (o longitud de onda) umbral:

$$\lambda_0 \approx 720 \text{ nm} \rightarrow f_0 = \frac{c}{\lambda_0} \approx 4,17 \cdot 10^{14} \text{ Hz}$$

Para calcular el trabajo de extracción y la constante de Planck, hemos de aplicar la ecuación de Einstein del efecto fotoeléctrico a dos de los casos (tomaremos los dos primeros, por ejemplo):

$$h \cdot f_1 = W_e + e \cdot V_1 \qquad ; \qquad h \cdot f_2 = W_e + e \cdot V_2$$

De esta forma, se tiene un sistema de ecuaciones que permite determinar el valor que corresponde a cada una de las dos magnitudes pedidas. Restando miembro a miembro la primera ecuación de la segunda y sacando factor común:

$$h \cdot (f_2 - f_1) = e \cdot (V_2 - V_1)$$

Despejando h y sustituyendo valores:

$$h = \frac{e \cdot (V_2 - V_1)}{f_2 - f_1} = \frac{1,6 \cdot 10^{-19} \cdot (0,54 - 0,22)}{5,9 \cdot 10^{14} - 5,1 \cdot 10^{14}} = 6,4 \cdot 10^{-34} \text{ J} \cdot \text{s}$$

Si ahora despejamos el trabajo de extracción, por ejemplo, de la segunda de las ecuaciones, resulta:

$W_e = h \cdot f_2 - e \cdot V_2 = 6{,}4 \cdot 10^{-34} \cdot 5{,}9 \cdot 10^{14} - 1{,}6 \cdot 10^{-19} \cdot 0{,}54 = 2{,}912 \cdot 10^{-19}\ \text{J} = 1{,}82\ \text{eV}$

NOTA: la resolución de este problema se ofrece también en el CD-ROM para el alumnado.

34 Se ilumina cierto metal con una radiación electromagnética cuya longitud de onda es de 400 nm, produciéndose el efecto fotoeléctrico. Si la mayor longitud de onda para la que se produce dicho efecto es 500 nm, calcula:

a) El trabajo de extracción de un electrón perteneciente a ese metal.

b) La energía cinética máxima de los electrones que pueden ser extraídos del metal al ser iluminado de este modo.

c) El potencial de frenado que debemos aplicar entre el ánodo y el cátodo para anular la corriente eléctrica que circula debido al efecto fotoeléctrico.

d) Representa en una gráfica la energía máxima de los electrones arrancados por efecto fotoeléctrico al metal.

Diferencia los que son arrancados con uno y otro tipo de fotones.

a) El enunciado nos proporciona la longitud de onda umbral. Para esta longitud de onda, la energía que el fotón comunica al electrón es, precisamente, la energía necesaria para extraerlo del metal. Por tanto:

$$h \cdot \frac{c}{\lambda_0} = W_{ext} \rightarrow$$

$$\rightarrow W_{ext} = 6{,}626 \cdot 10^{-34} \cdot \frac{3 \cdot 10^8}{500 \cdot 10^{-9}} = 3{,}976 \cdot 10^{-19}\ \text{J}$$

b) De acuerdo con la ecuación de Einstein para el efecto fotoeléctrico:

$$h \cdot \frac{c}{\lambda} = W_{ext} + E$$

Despejando la energía cinética máxima, E; tomando como longitud de onda $\lambda = 4 \cdot 10^{-7}$ m, y sustituyendo, resulta:

$$E = h \cdot \frac{c}{\lambda} - W_{ext} =$$

$$= 6{,}63 \cdot 10^{-34} \cdot \frac{3 \cdot 10^8}{400 \cdot 10^{-9}} - 3{,}976 \cdot 10^{-19} = 9{,}939 \cdot 10^{-19}\ \text{J}$$

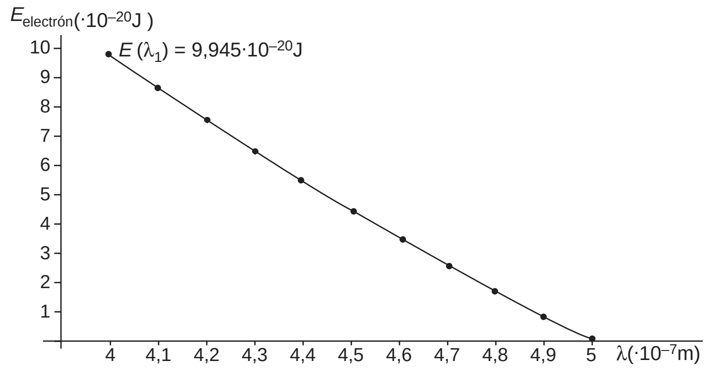
c) El potencial de frenado de los electrones es el potencial que hay que aplicar para conseguir que los electrones no lleguen al ánodo. Para ello, la energía potencial del electrón sometido a dicho potencial, $e \cdot V$, debe ser igual a su energía cinética:

$$E_p = E_c$$

Es decir:

$$e \cdot V = E \rightarrow V = \frac{E}{e} = \frac{9{,}939 \cdot 10^{-19}}{1{,}6 \cdot 10^{-19}} = 0{,}621\ \text{V}$$

d) La gráfica que muestra la energía de los electrones arrancados al metal en función de la longitud de onda es:



Observa en la gráfica que dicha energía es nula para la longitud de onda umbral ($\lambda_0 = 5 \cdot 10^{-7}$ m) y máxima para la radiación incidente, de menor longitud de onda ($\lambda = 4 \cdot 10^{-7}$ m).

35. Disponemos de una fuente de luz de 20 W que emite una radiación electromagnética formada por fotones de dos longitudes de onda, exclusivamente, $\lambda_1 = 4 \cdot 10^{-7}$ m y $\lambda_2 = 4{,}5 \cdot 10^{-7}$ m.

Si los fotones de mayor frecuencia se emiten en doble número que los de menor frecuencia, calcula el número total de fotones que emite dicha fuente por segundo.

La energía asociada a un fotón de longitud de onda λ_1 resulta:

$$E_1 = h \cdot f_1 = h \cdot \frac{c}{\lambda_1} = 6{,}626 \cdot 10^{-34} \cdot \frac{3 \cdot 10^8}{4 \cdot 10^{-7}} = 4{,}9695 \cdot 10^{-19} \text{ J / fotón}$$

y la energía asociada a uno de longitud de onda λ_2:

$$E_2 = h \cdot f_2 = h \cdot \frac{c}{\lambda_2} = 6{,}626 \cdot 10^{-34} \cdot \frac{3 \cdot 10^8}{4{,}5 \cdot 10^{-7}} = 4{,}417 \cdot 10^{-19} \text{ J / fotón}$$

Si n es el número de fotones emitidos por segundo por la fuente de menor frecuencia (mayor longitud de onda), el número de fotones emitidos por la fuente de mayor frecuencia será $2 \cdot n$, siendo el número total de fotones:

$$n + 2 \cdot n = 3 \cdot n$$

Teniendo en cuenta la contribución de ambas frecuencias, podemos escribir:

$$P = 2 \cdot n \cdot E_1 + n \cdot E_2 = n \cdot (2 \cdot E_1 + E_2)$$

siendo P la potencia de la fuente.

Despejando y sustituyendo el valor de n, resulta:

$$n = \frac{P}{2 \cdot E_1 + E_2} =$$

$$= \frac{20 \dfrac{\text{J}}{\text{s}}}{(2 \cdot 4{,}969 \cdot 10^{-19} + 4{,}417 \cdot 10^{-19}) \dfrac{\text{J}}{\text{fotón}}} = 1{,}393 \cdot 10^{19} \ \frac{\text{fotón}}{\text{s}}$$

Por tanto, el número total de fotones es:

$$n_{total} = 3 \cdot n = 4{,}179 \cdot 10^{19} \text{ fotones} \cdot \text{s}^{-1}$$

36 **Calcula la energía de los fotones correspondientes a las tres longitudes de onda más largas de la serie de Balmer.**

Calcula también el valor de dichas longitudes de onda y sitúalas en una región del espectro electromagnético.

La expresión general para el átomo de hidrógeno es la siguiente:

$$\frac{1}{\lambda} = R_H \cdot \left(\frac{1}{m^2} - \frac{1}{n^2}\right) \rightarrow \lambda = \frac{1}{R_H \cdot \left(\frac{1}{m^2} - \frac{1}{n^2}\right)}$$

Para el caso de la serie de Balmer, $m = 2$, y las longitudes de onda más largas se dan para $n = 3$, $n = 4$ y $n = 5$. Dichas longitudes de onda, que corresponden al espectro visible, son:

$$\lambda_1 = \frac{1}{1{,}097 \cdot 10^7 \cdot \left(\frac{1}{4} - \frac{1}{9}\right)} = 6{,}563 \cdot 10^{-7} \text{ m} = 6\,563 \text{ Å}$$

$$\lambda_2 = \frac{1}{1{,}097 \cdot 10^7 \cdot \left(\frac{1}{4} - \frac{1}{16}\right)} = 4{,}862 \cdot 10^{-7} \text{ m} = 4\,863 \text{ Å}$$

$$\lambda_3 = \frac{1}{1{,}097 \cdot 10^7 \cdot \left(\frac{1}{4} - \frac{1}{25}\right)} = 4{,}341 \cdot 10^{-7} \text{ m} = 4\,341 \text{ Å}$$

La energía que corresponde a los fotones cuya longitud de onda son las calculadas la hallaremos de acuerdo con la siguiente expresión:

$$E = h \cdot \frac{c}{\lambda}$$

Por tanto:

$$E_1 = 6{,}626 \cdot 10^{-34} \cdot \frac{3 \cdot 10^8}{6{,}563 \cdot 10^{-7}} = 3{,}029 \cdot 10^{-19} \text{ J}$$

$$E_2 = 6{,}626 \cdot 10^{-34} \cdot \frac{3 \cdot 10^8}{4{,}862 \cdot 10^{-7}} = 4{,}088 \cdot 10^{-19} \text{ J}$$

$$E_3 = 6{,}626 \cdot 10^{-34} \cdot \frac{3 \cdot 10^8}{4{,}341 \cdot 10^{-7}} = 4{,}579 \cdot 10^{-19} \text{ J}$$

37. Repite el problema anterior para la serie de Paschen (n_1 = 3).

En este caso, $n_1 = m = 3$, y las longitudes de onda más largas corresponden a $n = 4$, $n = 5$ y $n = 6$. Por tanto:

$$\lambda = \frac{1}{R_H \cdot \left(\frac{1}{9} - \frac{1}{n^2}\right)}$$

Las longitudes de onda correspondientes al espectro visible, son:

$$\lambda_1 = \frac{1}{1{,}097 \cdot 10^7 \cdot \left(\frac{1}{9} - \frac{1}{16}\right)} = 1{,}8752 \cdot 10^{-6} \text{ m} = 18\,752 \text{ Å}$$

$$\lambda_2 = \frac{1}{1{,}097 \cdot 10^7 \cdot \left(\frac{1}{9} - \frac{1}{25}\right)} = 1{,}2819 \cdot 10^{-6} \text{ m} = 12\,819 \text{ Å}$$

$$\lambda_3 = \frac{1}{1{,}097 \cdot 10^7 \cdot \left(\frac{1}{9} - \frac{1}{36}\right)} = 1{,}0939 \cdot 10^{-6} \text{ m} = 10\,939 \text{ Å}$$

La energía que tienen fotones de las anteriores longitudes de onda es:

$$E_1 = h \cdot \frac{c}{\lambda_1} = 6{,}626 \cdot 10^{-34} \cdot \frac{3 \cdot 10^8}{1{,}8752 \cdot 10^{-6}} = 1{,}06 \cdot 10^{-19} \text{ J}$$

$$E_2 = h \cdot \frac{c}{\lambda_2} = 6{,}626 \cdot 10^{-34} \cdot \frac{3 \cdot 10^8}{1{,}2819 \cdot 10^{-6}} = 1{,}55 \cdot 10^{-19} \text{ J}$$

$$E_3 = h \cdot \frac{c}{\lambda_3} = 6{,}626 \cdot 10^{-34} \cdot \frac{3 \cdot 10^8}{1{,}0939 \cdot 10^{-6}} = 1{,}82 \cdot 10^{-19} \text{ J}$$

38. Un protón es acelerado mediante un campo eléctrico uniforme, partiendo del reposo, entre dos puntos con una diferencia de potencial de 1 000 V. Calcula:

a) Su energía cinética.

b) Su momento lineal.

c) Su longitud de onda asociada.

a) La energía cinética del protón la calculamos teniendo en cuenta que todo el trabajo que realiza el campo eléctrico sobre él produce un aumento de su energía cinética. Además, como parte del reposo, su energía cinética inicial es nula. Por tanto:

$$W = \Delta E_c \rightarrow E_c = -q \cdot (V_f - V_i) = -q \cdot \Delta V \rightarrow E_c = -1{,}6 \cdot 10^{-19} \cdot (-1\,000) = 1{,}6 \cdot 10^{-16} \text{ J}$$

En el cálculo anterior hemos tenido en cuenta que la diferencia de potencial que acelera al protón es negativa, puesto que una carga positiva se mueve espontáneamente hacia potenciales decrecientes.

b) El momento lineal del protón es: $p = m \cdot v$. Para calcularlo, debemos obtener, en primer lugar, el valor de la velocidad que alcanza el protón:

$$E_c = \frac{1}{2} \cdot m \cdot v^2 \rightarrow v = \sqrt{\frac{2 \cdot E_c}{m}} = \sqrt{\frac{2 \cdot 1,6 \cdot 10^{-16}}{1,67 \cdot 10^{-27}}} = 4,38 \cdot 10^5 \text{ m} \cdot \text{s}^{-1}$$

Por tanto:

$$p = m \cdot v \rightarrow p = 1,67 \cdot 10^{-27} \cdot 4,38 \cdot 10^5 = 7,31 \cdot 10^{-22} \text{ kg} \cdot \text{m/s}$$

c) La longitud de onda asociada al protón es su longitud de onda de De Broglie:

$$\lambda = \frac{h}{m \cdot v} = \frac{h}{p} \rightarrow \lambda = \frac{6,626 \cdot 10^{-14}}{7,31 \cdot 10^{-22}} = 9,1 \cdot 10^{-13} \text{ m}$$

NOTA: la resolución de este problema se ofrece también en el CD-ROM para el alumnado.

39 La onda asociada a un electrón acelerado por una diferencia de potencial tiene una longitud de onda de 10^{-10} m.

Calcula la velocidad del electrón y la diferencia de potencial que lo aceleró.

La velocidad del electrón la calculamos a partir de la expresión de De Broglie:

$$\lambda = \frac{h}{m_e \cdot v_e} \rightarrow v_e = \frac{h}{\lambda \cdot m_e} = \frac{6,626 \cdot 10^{-34}}{10^{-10} \cdot 9,11 \cdot 10^{-31}} = 7,27 \cdot 10^6 \text{ m} \cdot \text{s}^{-1}$$

El trabajo necesario para que el electrón alcance la velocidad calculada se realiza por un campo eléctrico que actúa sobre él, que le comunica energía cinética:

$$W = E_c = \frac{1}{2} \cdot m_e \cdot v_e^2 = \frac{1}{2} \cdot 9,11 \cdot 10^{-31} \cdot (7,27 \cdot 10^6)^2 = 2,41 \cdot 10^{-17} \text{ J}$$

La diferencia de potencial que lo acelera es:

$$W = -q \cdot \Delta V \rightarrow \Delta V = \frac{W}{-q} = \frac{2,41 \cdot 10^{-17}}{-(-1,6 \cdot 10^{-19})} = 150,6 \text{ V}$$

Observa que, como $\Delta V > 0$, entonces, $V_2 - V_1 > 0$. Por tanto, el potencial final es mayor que el inicial, lo cual es lógico, ya que el movimiento de una partícula con carga negativa, como el electrón, es espontáneo cuando se desplaza hacia potenciales crecientes.

40. Una radiación monocromática tiene una longitud de onda en el vacío de 600 nm y una potencia de 0,54 W.

Esta radiación penetra en una célula fotoeléctrica de cátodo de cesio, cuyo trabajo de extracción es de 2,0 eV.

Determina:

a) El número de fotones por segundo que viajan con la radiación.

b) La longitud de onda umbral del efecto fotoeléctrico para el cesio.

c) La energía cinética de los electrones emitidos.

d) La velocidad con que llegan los electrones al ánodo si se aplica una diferencia de potencial de 100 V.

a) El número de fotones por segundo que viajan con la radiación lo calculamos dividiendo la potencia de emisión entre la energía de un fotón:

$$\frac{n.^\circ \ fotones}{segundo} = \frac{P}{E} = \frac{P}{h \cdot f} = \frac{P}{h \cdot \frac{c}{\lambda}} = \frac{0,54}{6,626 \cdot 10^{-34} \cdot \frac{3 \cdot 10^8}{600 \cdot 10^{-9}}} = 1,63 \cdot 10^{18} \text{ fotones/s}$$

b) La longitud de onda umbral la obtenemos a partir del trabajo de extracción, dato que proporciona el enunciado del problema:

$$W_e = h \cdot f_0 = h \cdot \frac{c}{\lambda_0} \to \lambda_0 = \frac{h \cdot c}{W_e}$$

$$\lambda_0 = \frac{6,626 \cdot 10^{-34} \cdot 3 \cdot 10^8}{2,0 \cdot 1,6 \cdot 10^{-19}} = 6,21 \cdot 10^{-7} \text{ m}$$

c) Para obtener la energía cinética de los electrones emitidos, aplicamos la ecuación de Einstein del efecto fotoeléctrico, teniendo en cuenta que, como la longitud de onda de los fotones incidentes es mayor que la longitud de onda umbral, sí se producirá dicho efecto:

$$E = E_c + W_e \to E_c = E - W_e = h \cdot f - W_e = h \cdot \frac{c}{\lambda} - W_e$$

$$E_c = 6,626 \cdot 10^{-34} \cdot \frac{3 \cdot 10^8}{600 \cdot 10^{-19}} - 2,0 \cdot 1,6 \cdot 10^{-19} = 1,13 \cdot 10^{-20} \text{ J}$$

d) Cada electrón es emitido con una energía cinética, ya calculada. Además, es acelerado por una diferencia de potencial entre cátodo y ánodo, que le produce un incremento en su energía cinética:

$$\Delta E_c = E_p$$

Por tanto:

$$E_{c\,final} - E_c = E_p \to E_{c\,final} = E_p + E_c = q \cdot V + E_c$$

$$E_{c\,final} = 1,6 \cdot 10^{-19} \cdot 100 + 1,13 \cdot 10^{-20} = 1,60113 \cdot 10^{-17} \text{ J}$$

Por otro lado, teniendo en cuenta que:

$$E_{c\,final} = \frac{1}{2} \cdot m_e \cdot v_e^2$$

Obtenemos, despejando la velocidad:

$$v_e = \sqrt{\frac{2 \cdot E_{c\,final}}{m_e}} = \sqrt{\frac{2 \cdot 1,60113 \cdot 10^{-17}}{9,11 \cdot 10^{-31}}} = 5,929 \cdot 10^6 \text{ m} \cdot \text{s}^{-1}$$

41. Sabiendo que la frecuencia umbral de un metal es de $4,5 \cdot 10^{14}$ Hz, calcula:

a) El trabajo de extracción del metal.

b) La energía cinética de los electrones emitidos si se ilumina el metal con luz cuya longitud de onda es de 1 700 Å.

a) El trabajo de extracción es la energía mínima que deben suministrar los fotones a los electrones para que estos consigan escapar de la superficie del metal. Se calcula mediante la expresión: $W_{ext} = h \cdot f_0$, donde f_0 es la frecuencia umbral:

$$W_{ext} = 6{,}626 \cdot 10^{-34} \cdot 4{,}5 \cdot 10^{14} = 2{,}98 \cdot 10^{-19}\ \text{J}$$

b) La energía cinética de los electrones emitidos la proporciona la ecuación de Einstein para el efecto fotoeléctrico: $E_c = h \cdot f - h \cdot f_0$. La frecuencia, f, de la luz incidente es:

$$f = \frac{c}{\lambda} \rightarrow f = \frac{3 \cdot 10^8}{1{,}7 \cdot 10^{-7}} = 1{,}76 \cdot 10^{15}\ \text{Hz}$$

Por tanto, la energía cinética de los electrones resulta:

$$E_c = h \cdot (f - f_0) = 6{,}626 \cdot 10^{-34} \cdot (1{,}76 \cdot 10^{15} - 4{,}5 \cdot 10^{14}) = 8{,}68 \cdot 10^{-19}\ \text{J}$$