Extremos absolutos y relativos

1. Determinar, si existen, los máximos y mínimos absolutos de la función $f(x) = -2x^3 + 3x^2$ cuando la consideramos definida únicamente en el intervalo $D = [-1, +\infty)$.

2. Calcular el máximo y mínimo absolutos de la función $f(x) = 2x^3 + 3x^2 - 12x + 5$.
   a. Sobre el intervalo [-3,2]
   b. Sobre el intervalo [-3, + ∞)
   c. Sobre el intervalo [-4,4]
   d. Trazar la gráfica de esta función para comprobar e interpretar los resultados de los apartados anteriores.

3. Localizar el máximo y mínimo absolutos de la función y = 3 sen x + 2 cos x en el intervalo $\left[0, \frac{\pi}{2}\right]$.

4. Hallar los máximos y mínimos de las funciones siguientes:
   a. $f(x) = x^3 - 3x^2 + 5$
   b. $g(x) = -x^3 - 3x^2 - 3x$
   c. $h(x) = x^4 - 5x^2 + 3$
   d. $i(x) = \dfrac{20}{x^2 + 4}$
   e. $j(x) = \dfrac{3x^2}{x^2 + 2}$
   f. $k(x) = 4|x + 1| - 2|x - 3|$
   g. $l(x) = |x^2 - 4x - 5|$
   h. $m(x) = \operatorname{sen} x - \cos x$

5. Dada la función $y = x + \dfrac{4}{x - a}$, determinar el valor de *a* para que la abscisa del mínimo local de dicha función sea el doble que la del máximo local.

6. ¿Para qué valor de la constante *m*, la función $y = \dfrac{1}{x^2 + mx + 5}$ tiene un máximo en x=2?

7. Hallar la función polinómica de tercer grado cuya gráfica tiene un máximo en el punto (-3,27) y un mínimo en el punto (0,0).

8. La ley del movimiento de un móvil es $s(t) = t^3 - 12t^2 + 45t$.
   a. Dibujar aproximadamente la gráfica de s(t).
   b. ¿Durante qué intervalos de tiempo el móvil se mueve alejándose del origen, y durante qué otros intervalos se acerca a él?
   c. ¿En qué momentos se anula la velocidad instantánea?
   d. ¿Cuándo se anula la aceleración instantánea?

9. De los trapecios que tienen una base de longitud 6 y los lados de longitud 10, determinar el de área máxima.

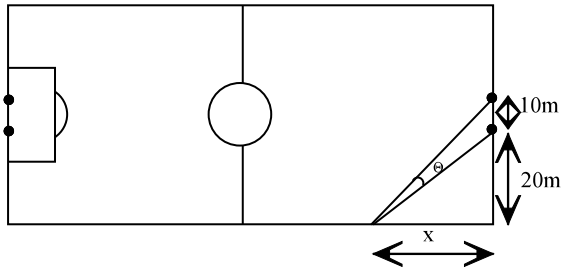
10. De todos los rectángulos de 4 cm^2 de superficie, ¿cuál es el de menor perímetro?

11. En la pared triangular del ático de un chalet, de 6 metros de base y 4 metros de altura, un carpintero tiene que construir una estantería rectangular, apoyada en el suelo y cuyas esquinas superiores alcancen las paredes inclinadas. ¿Que dimensiones tendrá que dar a la estantería, si quiere que la superficie de ésta sea la mayor posible?

12. Un heladero ha comprobado que, a un precio de 1 € la unidad, vende una media de 200 helados diarios. Por cada cinco céntimos que aumenta el precio, vende dos helados menos al día. Si el coste por unidad es de 40 cts, ¿a qué precio de venta es máximo el beneficio total que obtiene el heladero?

13. Entre todos los conos de revolución de generatriz a = 5 cm determinar el de volumen máximo.

14. ¿Desde qué punto de la banda de un campo de fútbol, cuyas dimensiones fueran las que figuran en el dibujo, se vería la portería con mayor ángulo?



15. Dos bombillas de 200 w y 50 w respectivamente de potencia, están separadas por 10 m de distancia. Determinar el punto comprendido entre ambas en que la iluminación es mínima.(La iluminación producida por una fuente de luz en un punto es proporcional a su potencia e inversamente proporcional al cuadrado de la distancia entre la fuente y el punto).

16. Un jardinero ha de construir un parterre en forma de sector circular con un perímetro de 20 m. ¿Cuál será el radio del parterre de área máxima? ¿Cuál será la amplitud del sector en radianes?

17. De todos los rectángulos inscritos en una semicircunferencia de radio 5, ¿cuál es el de mayor área? ¿Y el de mayor perímetro?

18. Hallar dos números cuya suma sea 10 y cuyo producto sea máximo.

19. Un eucalipto de 20 años de edad tiene 10 m de altura y 30 cm de diámetro, y su madera se puede vender a 5 €/m^3. A partir de este momento cada año crece 20 cm de alto y 1 cm de ancho, pero su madera se deprecia a razón de 50 céntimos por año el m^3. ¿A qué edad es más ventajoso talar los eucaliptos?

20. Se quiere construir un marco para una ventana de un metro cuadrado de área. El coste del marco se estima en 3,5 € por cada metro de altura de la ventana y 2,5 € por cada metro de anchura. ¿Cuáles son las dimensiones del marco más económico?

21. Un ciclista tiene que ir desde un punto A a otro punto B (ambos situados sobre la misma carretera en línea recta) y después a otro punto C campo a través y situado a la izquierda de la carretera. El punto C se encuentra a 300 m en perpendicular a la carretera y la distancia entre el punto A y esta perpendicular es de 600 metros. La velocidad del ciclista cuando circula por la carretera es de 400 m por minuto y 200 metros por minuto cuando marcha a campo a través. Determinar la trayectoria que debe seguir para que el tiempo invertido en el recorrido sea mínimo.

22. De todas las rectas que pasan por el punto P(5,4), hallar la que delimita con los ejes coordenados el triángulo de menor área.

23. Un espejo rectangular de 70 cm de base y 100 cm de altura se ha roto por una esquina, siendo el pedazo desgajado de forma triangular de modo que la base ha disminuido 5 cm y la altura 7 cm. Hallar las dimensiones del mayor espejo rectangular que se puede formar con la parte que ha quedado.

24. Una empresa quiere construir cajas de cartón, sin tapa, de piezas cuadradas de 1 m de lado, cortando cuadrados iguales en las esquinas y doblándolas. ¿Cómo deben cortarse los cuadrados para que la capacidad de la caja sea máxima?