

1º- Resolver el sistema de Cramer:
$$\begin{cases} x + y - 2z = 9 \\ 2x - y + 4z = 4 \\ 2x - y + 6z = -1 \end{cases}$$

2º- Discutir y resolver según los valores de **m** el sistema:
$$\begin{cases} x + 2y + z = 1 \\ -x + 2z = 3 \\ 3x + 2y + mz = 1 \end{cases}$$

3º- Discutir y resolver el siguiente sistema, que depende del parámetro **k**
$$\begin{cases} -x + ky + z = 2 \\ 2x - y + 2z = 0 \\ -x - 3z = -2 \end{cases}$$

4º- Discutir y resolver los sistemas siguientes:

a)
$$\begin{cases} x + ay - z = 1 \\ 2x + y - az = 2 \\ x - y - z = a - 1 \end{cases}$$
 b)
$$\begin{cases} x + y + az = 1 \\ 2x + z = 2 \end{cases}$$
 c)
$$\begin{cases} 2x - y = a \\ ax + 3y = 4 \\ 3x - y = 2 \end{cases}$$
 d)
$$\begin{cases} ax + y + z = 4 \\ x - ay + z = 1 \\ x + y + z = a + 2 \end{cases}$$

5º- Discutir el siguiente sistema según los valores del parámetro **k** y resolverlo cuando sea compatible.

$$\begin{cases} 5x - 11y + 9z = k \\ x - 3y + 5z = 2 \\ 2x - 4y + 2z = 1 \end{cases}$$

6º- Discutir y resolver el sistema siguiente según los valores del parámetro **a**

$$\begin{cases} ax + y + z = 1 \\ x + ay + z = 1 \\ x + y + az = 1 \end{cases}$$

7º- Discutir y resolver:
$$\begin{cases} x + y + z = m + 1 \\ mx + y + (m - 1)z = m \\ x + my + z = 1 \end{cases}$$

8º- Discutir el sistema:
$$\begin{cases} mx + y + z + t = m \\ x + my + z + t = m \\ x + y + mz + t = m \\ x + y + z + mt = m \end{cases}$$

9º- Discutir y resolver según los valores del parámetro **a** el siguiente sistema

$$\begin{cases} ax + y + z = a^2 \\ x - y + z = 1 \\ 3x - y - z = 1 \\ 6x - y + z = 3a \end{cases}$$

10º- Estudiar el siguiente sistema
$$\begin{cases} x + 2y + z = 2 \\ 2x - y + 3z = 2 \\ 5x - y + az = 6 \end{cases}$$

11º- Estudiar el sistema

$$\begin{cases} 2x - y = 2 \\ ax - 2y = 1 \\ 2x + ay = 2 \\ x + 5y = a \end{cases}$$

12º- Estudiar según los valores de **m**

a)
$$\begin{cases} 6x + 18y - 2mz = 0 \\ 7x - 2y - 4z = 0 \\ 4x + 10y - 6z = 0 \end{cases}$$

b)
$$\begin{cases} 4x + 12y + 4z = 0 \\ 2x - 13y + 2z = 0 \\ (a + 2)x - 12y + 12z = 0 \end{cases}$$

13º- Discutir y resolver
$$\begin{cases} x + y + z = m \\ mx + y + mz = 1 \end{cases}$$

$$14^\circ\text{-Estudiar el sistema } \begin{cases} ax + y - z = -1 \\ x + ay - t = 2 \\ ax + y + z = 0 \\ ax - y - z = 1 \\ ax + y + az = 1 \end{cases}$$

$$15^\circ\text{-Estudiar el sistema } \begin{cases} 2x + y - z = a - 4 \\ (a - 6)y + 3z = 0 \\ (a - 1)x + 2y = 3 \end{cases}$$

$$16^\circ\text{-Estudiar el sistema } \begin{cases} x + y = 2 \\ ax + y = 1 \\ x - y = a \end{cases}$$

17º-Discutir el sistema según los valores de los parámetros **a** y **b**

$$\begin{cases} ax + by + z = 1 \\ x + aby + z = b \\ x + by + az = 1 \end{cases}$$

$$18^\circ\text{-Eliminar los parámetros } \begin{cases} x = 2 + \alpha + 2\beta \\ y = -1 + \alpha + \beta \\ z = -\alpha \end{cases}$$

$$19^\circ\text{-Eliminar los parámetros } \begin{cases} x = -1 + 2\alpha + \beta \\ y = 2 + \alpha - 2\beta \\ z = 1 - \alpha - \beta \\ t = 1 + \alpha + \beta \end{cases}$$

PROBLEMAS RESUELTOS.-

$$1^\circ\text{-Dado el sistema de ecuaciones: } \begin{cases} 2x - y = m \\ mx + 3y = 4 \\ 3x - y = 2 \end{cases}$$

- a) Hacer un estudio de él según los diferentes valores del parámetro **m**.
b) Resolver el sistema en los casos en que es posible.

Sol: a) $m=1$, $m=-8$ S.C. b) $m=-8$ $x=10$ $y=28$

$$m=1 \quad x=1 \quad y=1$$

2º-Determinar, si existen, los valores del parámetro **a** para que el sistema

$$\begin{cases} x + 2y + 3z = 3 \\ 4x + ay + z = 4 \\ -6x - 6y + 4z = -2 \end{cases} \text{ sea compatible pero indeterminado. Sol: } a=5$$

3º-Encontrar todas las soluciones del siguiente sistema según los valores del parámetro α :

$$\begin{cases} x + y + \alpha z = 1 \\ 2x + z = 2 \end{cases} \quad \text{Sol: } \left(1 - \frac{\lambda}{2}, \frac{\lambda(1-2\alpha)}{2}, \lambda\right)$$

4º-Estudiar el sistema en función de los parámetros **a,b,c**.

$$\begin{cases} x + y + z = a \\ x + y + z = b \\ x + y + z = c \end{cases}$$

5º-Hallar t para que el siguiente sistema tenga solución distinta de la trivial:

$$\begin{cases} x - ty - z = 0 \\ (2 - 2t)x + 5y + z = 0 \\ 4x + y + (45 + t)z = 0 \end{cases} \quad \text{Sol: } -2t^3 - 88t^2 + 93t + 242 = 0$$

6º-Estudiar y resolver el sistema:

$$\begin{cases} x + y + 2z = 0 \\ mx + y - z = m - 2 \\ 3x + my + z = m - 2 \end{cases}$$

$$\text{Sol: } m = 2 \quad (3\lambda, -5\lambda, \lambda) \quad m = -2 \quad \text{S.I.} \quad m \neq 2 \neq -2 \quad \left(\frac{m-2}{m+2}, \frac{m-2}{m+2}, -\frac{m-2}{m+2}\right)$$

$$7^\circ\text{-Discutir y resolver el sistema: } \begin{cases} 2y + kz = k \\ (k-2)x + y + 3z = 0 \\ (k-1)y = 1 - k \end{cases}$$

¿Como será la discusión si los términos independientes fuesen nulos?.

$$\text{Sol: a) } K=0 \text{ S.I. } K=1 \left(\frac{5\lambda+1}{2}, \frac{1-\lambda}{2}, \lambda\right) \quad K=2 \text{ S.I.}$$

$$K \neq 0 \neq 1 \neq 2 \left(\frac{-4k-6}{k(k-2)}, -1, -\frac{k+2}{k}\right) \quad b) K \neq 0 \neq 1 \neq 2 \quad (0,0,0) \quad K=0 \quad \left(\lambda, 0, \frac{2}{3}\lambda\right)$$

$$K = 1, (-5\lambda, \lambda, -2\lambda), K = 2, (\lambda, 0, 0)$$

8º-a) Discutir para los distintos valores del parámetro **m** el siguiente sistema de ecuaciones lineales:

$$\begin{cases} x + y + 2z = 0 \\ mx + y - z = m - 2 \\ 3x + my + z = m - 2 \end{cases}$$

- b) Resolver el sistema para $m=1$.
c) Interpretar geoméricamente el apartado a).

Sol: a) $m \neq 2 \neq -2$ SCD, $m = -2$ SI, $m = 2$ S.C.I. b) $x=-3$ $y=-3$ $z=3$

9º-Discutir y resolver el sistema según los valores del parámetro **m**

$$\begin{cases} x + y + z = m + 1 \\ mx + y + (m - 1)z = m \\ x + my + z = 1 \end{cases} \quad \text{Sol: } m \neq 1 \quad \text{S.C.D. } m=1 \quad \text{S.I.}$$

10º-Dado el sistema de ecuaciones:

$$\begin{cases} ax + y - z = 1 \\ x - ay + z = 4 \\ x + y + az = a \end{cases}$$

- a) Estudiarlo según los valores del parámetro **a**.
b) Resolverlo en los casos que sea compatible.
c) ¿Qué se puede decir, según los valores de **a**, sobre la posición relativa de los planos cuyas ecuaciones son las tres que forman el sistema?.

Sol: $a \neq 0$ S.C. $a=0$ S.I.

11º-Discutir y resolver en su caso, según los valores de los parámetros el siguiente sistema de ecuaciones lineales:

$$\begin{cases} 3x - y + 2z = 1 \\ x + 4y + z = \mu \\ 2x - 5y + \lambda z = -2 \end{cases}$$

Sol: $\lambda = 1 \begin{cases} \mu = 3 & \text{S.C.I. } x = 9\alpha - 5 \quad y = \alpha \quad z = 8 - 13\alpha \\ \mu \neq 3 & \text{S.I.} \end{cases} \quad \lambda \neq 1 \quad \text{S.C.D.}$

12º-Eliminar los parámetros en el siguiente sistema:

$$\begin{cases} x - 1 = 4\lambda + \mu \\ y - 2 = 3\lambda - \mu \\ z = -\lambda + 2\mu \end{cases} \quad \text{Sol: } 5x - 9y - 7z + 13 = 0$$

13º-Se considera el sistema:

$$\begin{cases} 7x + 9y + 9z = 0 \\ 3x + 2y + mz = 0 \\ x + my - z = 0 \end{cases}$$

Discutir el sistema, según los valores de **m**.
Resolverlo para $m=5$.

Sol: Si $m \neq 5$, $y \neq \frac{1}{7}$, $m \neq \frac{1}{7}$ solo tiene la solución trivial

Si $m=5$ ó $m=1/7$ S.C.I.

Si $m=5$ la solución general $(-27\lambda, 8\lambda, 13\lambda)$.

14º- Discute, según los valores de los parámetros, los siguientes sistemas:

$$\text{a) } \begin{cases} ax + 2y + z = 2 \\ x + ay - z = 0 \\ x + 2y + z = 2 \end{cases} \quad \text{b) } \begin{cases} ax + y = a \\ x + ay = 0 \\ y = a \end{cases}$$

$$\text{c) } \begin{cases} x + y = a + 1 \\ ax + y = 0 \\ -x = a + 1 \end{cases}$$

Sol: a) $a=1$ S.C.I.; $a=2$ S.I.; $a \neq 1$ y $a \neq 2$ S.C.D.; b) $a=0$ S.C.I.; $a \neq 0$ S.I.; c) $a=2$ S.C.D.; $a \neq 2$ S.I.

15º-Estudia y resuelve:

$$\text{a) } \begin{cases} x - 2y + z = 1 \\ 2x + y - z = 1 \\ x + 3y - 2z = 2 \end{cases} \quad \text{b) } \begin{cases} x + y + z = 3 \\ -x + 3y - z = 5 \\ -3x + y - 3z = -1 \end{cases}$$

$$\text{c) } \begin{cases} x + y = 3 \\ 2x - y + z = -1 \\ 3x - z = 4 \end{cases}$$

Sol: a) S.I.; b) S.C.I.; $x=\lambda$; $y=2$; $z=1-\lambda$; c) S.C.D. $x=1$, $y=2$, $z=-1$

16º-Estudia y resuelve:

$$\begin{array}{l} \text{a)} \left\{ \begin{array}{l} x - y + 2z = 2 \\ 2x \quad \quad - z = 2 \\ -x + 2y - z = -3 \\ 3x - y \quad \quad = 4 \end{array} \right. \\ \text{b)} \left\{ \begin{array}{l} 2x + y + 3z = 2 \\ x - y \quad \quad = 1 \end{array} \right. \\ \text{c)} \left\{ \begin{array}{l} 2x - y + 2z = 0 \\ x + y + z = 3 \\ x \quad \quad + z = 1 \end{array} \right. \end{array}$$

Sol: a) S.C.D. $x=1, y=-1, z=0$; b) S.C.I.; $x=1-\lambda; y=-\lambda; z=\lambda$; c) S.C.I. $x=\lambda, y=2, z=1-\lambda$