

# Diseño y selección de tareas para el desarrollo de las competencias matemáticas

## El papel de los materiales y recursos

Pablo Flores  
Departamento de Didáctica de la Matemática  
Universidad Granada

JORNADAS PROVINCIALES SOBRE COMPETENCIAS  
BÁSICAS EN MATEMÁTICAS Y LENGUA

Centro del Profesorado Marbella – Coín, 1 febrero 2007

Trabajo en el taller:

- a) Resolver individualmente y en equipos las cuestiones con los conocimientos que disponemos como maestros
- b) Estudiar en grupos si son pertinentes para la educación primaria

Curso o nivel en que se pueden aplicar  
Ventajas e inconvenientes que presentan  
Relación con las competencias pretendidas

- c) Puesta en común por núcleos, para analizarlas

# 1. NÚMEROS FIGURADOS

## . Números cuadrados



## . Números triangulares



### **Resolver:**

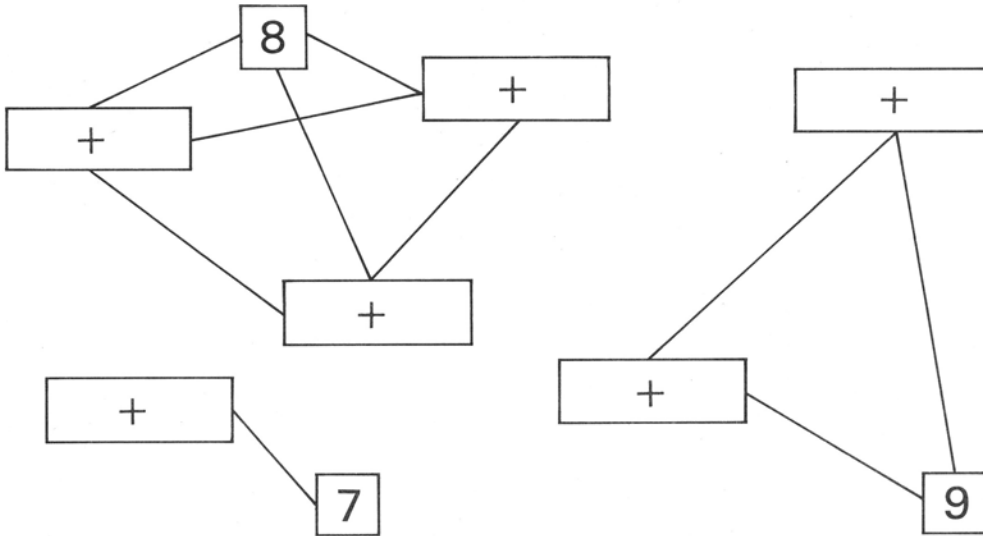
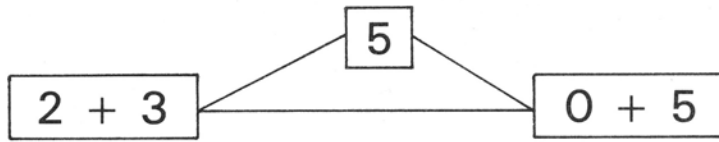
- Construir las siguientes figuras, siguiendo las series
- Contar los puntos y obtener los números figurados de cada clase
- Descomponer cada número figurado en suma de otros
- Relacionar los cuadrados y triangulares
- Obtener propiedades

### **Analizar:**

Estudiar su utilidad en la Educación Primaria

# 2. Descomposición de números

**OP-14**



$3 + 6$

$2 + 5$

$5 + 4$

$3 + 4$

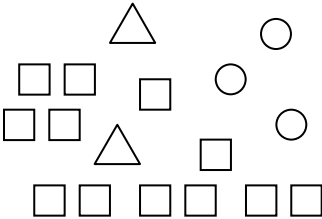
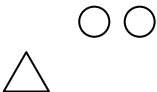
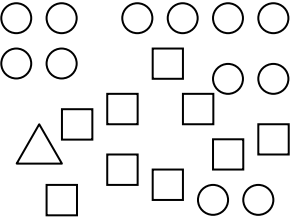
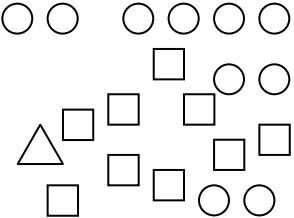
$2 + 6$

$6 + 3$

$0 + 8$

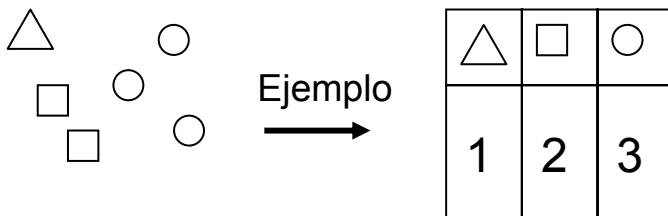
# 3. SISTEMA DE NUMERACIÓN DECIMAL

Regla de cambio  $\bigcirc \bigcirc \bigcirc \bigcirc \bigcirc \bigcirc \bigcirc \bigcirc = \square$   
 $\square \square \square \square \square \square \square \square = \triangle$

	Dibuja una colección equivalente con la mínima cantidad de piezas posible	Dibuja una colección equivalente con el máximo de $\square$
		
		
		
		

# 4. SISTEMA DE NUMERACIÓN DECIMAL

Regla de cambio  $\bigcirc \bigcirc \bigcirc \bigcirc \bigcirc \bigcirc \bigcirc \bigcirc = \square$   
 $\square \square \square \square \square \square = \triangle$



	Dibuja la colección resultante con la mínima cantidad de piezas posible	Expresa el número de piezas de cada tipo						
<p>El triple de</p>		<table border="1"> <tr> <td></td> <td></td> <td></td> </tr> <tr> <td></td> <td></td> <td></td> </tr> </table>						
<p>El doble de</p>		<table border="1"> <tr> <td></td> <td></td> <td></td> </tr> <tr> <td></td> <td></td> <td></td> </tr> </table>						
<p>El doble de</p>		<table border="1"> <tr> <td></td> <td></td> <td></td> </tr> <tr> <td></td> <td></td> <td></td> </tr> </table>						

# 5. Juegos con las cifras

De una casilla a la siguiente sólo se puede cambiar una cifra, sea la de las unidades, la de las decenas o la de las centenas. Cada número debe ser más grande que el anterior

Salida

100						

Juega con tu vecino. Cada uno pone un número con las reglas anteriores

Salida

100						

## 6. SISTEMA DE NUMERACIÓN DECIMAL

### . Material multibase

- Resolver ejercicios actividades anteriores
- Identificar piezas para representar:
  - Nuevas potencias de la base (decenas de millar, centenas de millar, etc.)
  - Números decimales (décimas, centésimas, milésimas, etc.)
- Efectuar sumas y restas, sin llevar y llevándose, empleando el material y representando
  - a)  $23 + 15$                       b)  $36 + 28$
  - c)  $23 - 12$                          d)  $36 - 28$
- Representar mediante el algoritmo vertical de la suma y resta llevándose. Identificar el tipo de resta realizado. Justificar el algoritmo.

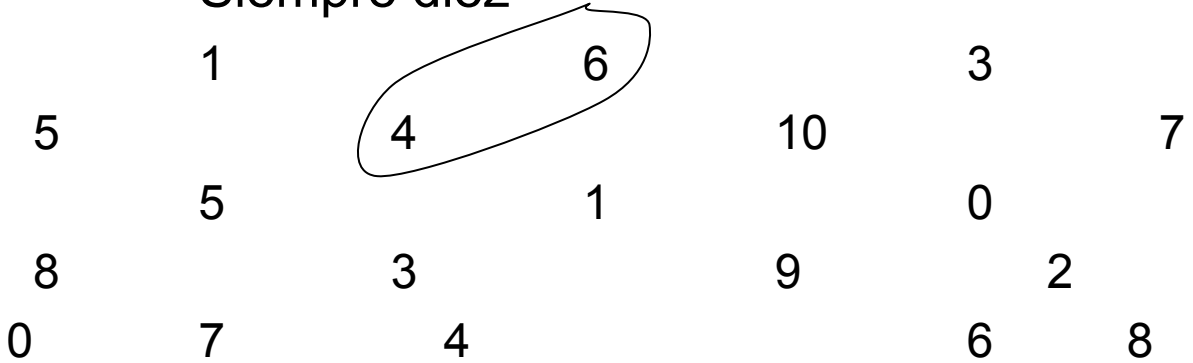
$$\begin{array}{r} 36 \\ + 28 \\ \hline \end{array}$$

$$\begin{array}{r} 36 \\ - 28 \\ \hline \end{array}$$

# 7. CÁLCULO MENTAL

## . Agrupamientos a decenas

Siempre diez



Modelo:  $9 + 1 + 7 = 10 + 7 = 17$

$7 + 5 + 3 = 10 + 5 = 15$

$7 + 3 + 6 = \underline{\quad} + 6 = \underline{\quad}$

$5 + 9 + 5 = \underline{\quad} + \underline{\quad} = \underline{\quad}$

$8 + 9 + 2 = \underline{\quad} + \underline{\quad} = \underline{\quad}$

$10 + 9 + 1 = \underline{\quad} + \underline{\quad} = \underline{\quad}$

$7 + 4 + 6 = \underline{\quad} + \underline{\quad} = \underline{\quad}$

$3 + 14 + 7 = \underline{\quad} + \underline{\quad} = \underline{\quad}$

$21 + 0 + 10 = \underline{\quad} + \underline{\quad} = \underline{\quad}$

Inventa  $\underline{\quad} + \underline{\quad} + \underline{\quad} = \underline{\quad} + \underline{\quad} = \underline{\quad}$

$\underline{\quad} + \underline{\quad} + \underline{\quad} = \underline{\quad} + \underline{\quad} = \underline{\quad}$

$\underline{\quad} + \underline{\quad} + \underline{\quad} = \underline{\quad} + \underline{\quad} = \underline{\quad}$



# 8. Relacionar conceptos y destrezas de cálculo

## Agrupar y operar

Suma.

Puedes utilizar material o dibujar

	1	3
<hr/>		
	2	8

+

	3	5
<hr/>		
	4	7

+

## 9. Determinar resultados por relaciones entre cantidades en resta

Dibuja el camino que pasa por todos los números, del más pequeño al más grande.

$90 - 5$

$91 - 5$

$92 - 5$

$93 - 5$

$108 - 8$

$109 - 8$

$114 - 6$

$93 - 4$

$103 - 4$

$110 - 8$

$113 - 6$

$94 - 4$

$102 - 4$

$110 - 7$

$113 - 7$

$95 - 4$

$102 - 5$

$111 - 7$

$112 - 7$

$95 - 3$

$101 - 5$

$100 - 5$

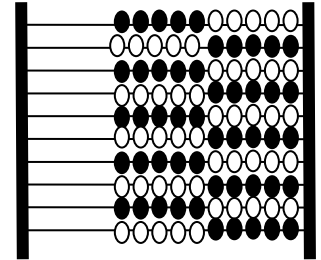
$100 - 6$

$100 - 7$

# 10. Representación en el ábaco

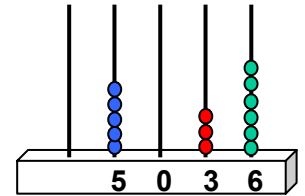
## Ábaco Horizontal:

Formado por 10 varillas horizontales que contienen 10 cuentas. El número se representa deslizando cuentas hacia la izquierda. Cada vez que desplazamos todas las cuentas de una varilla tenemos una decena. **5036**



## Ábaco Vertical (Infantil):

Consta de varillas verticales con cuentas insertadas. El número se representa insertando cuentas en las varillas. Cada cuenta tiene un valor diferente según la varilla en que se encuentre y para hacerlo notar son de color diferente. También se puede utilizar como ábaco vertical un ábaco horizontal, dispuesto de forma vertical, en el que se identifican las varillas de Unidades, Decenas, Centenas, etc.



Con un ábaco horizontal sólo se puede contar hasta cien. Para contar números mayores vamos a tomar otro ábaco, en el que contaremos las centenas. Usa el **ábaco horizontal** para representar los números 7, 35, 108, 5000, 3553. Representálos también usando el **ábaco vertical**, como un ábaco infantil.

7	108	3553	5000

# 11. Operar con el ábaco

Para sumar en el ábaco marcamos un sumando y le añadimos el otro. No es necesario, pues, representar los dos sumandos por separado.

Usa el ábaco horizontal para realizar las sumas:

$65 + 2881 + 46$

$387 + 575 \quad 3572 + 5849$

Representar los pasos para la suma:  $387 + 575 =$

Representar 1er sumando  
**1er Paso**

Sumarle centenas  
**2º Paso**

Sumarle decenas  
**3er Paso**

Sumarle unidades  
**4º Paso**

Primer sumando:	3	8	7	Añado centenas
Segundo sumando:	5	7	5	
Primer Paso	8	8	7	Añado decenas y paso a centenas
Segundo Paso	8	15	7	
Tercer Paso				Añado unidades
Cuarto Paso: Sol				

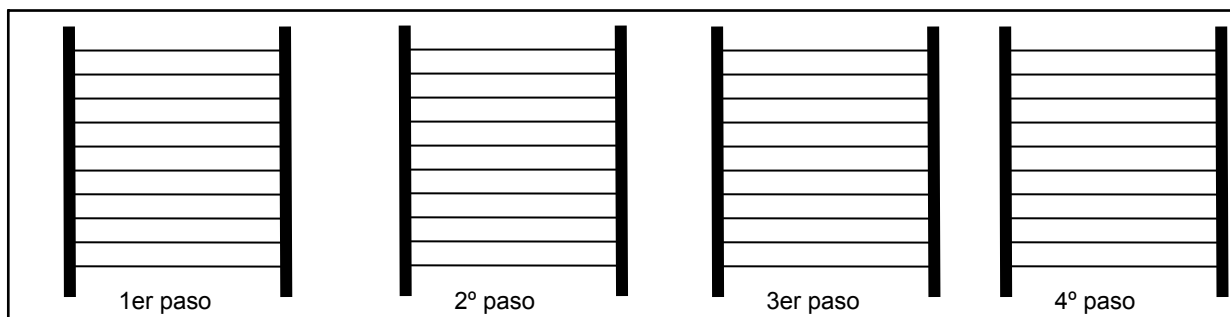
## 12. Operar con el ábaco

Para restar representa en el ábaco el minuendo y le quitas el sustraendo.

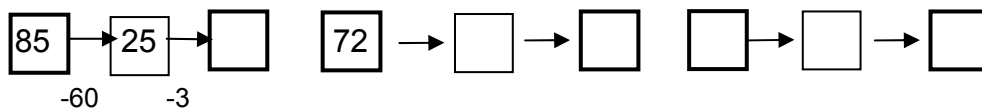
Usa el ábaco horizontal para realizar las restas:

$$85 - 63; \quad 72 - 59; \quad 436 - 287.$$

Representa los pasos dado en la resta 72-59



Expresa los pasos que das en cada resta, como en el ejemplo:



Usa el ábaco horizontal para realizar las multiplicaciones:

$5 \times 8;$

$24 \times 7;$

$326 \times 4.$

Usa el ábaco horizontal para realizar las divisiones:

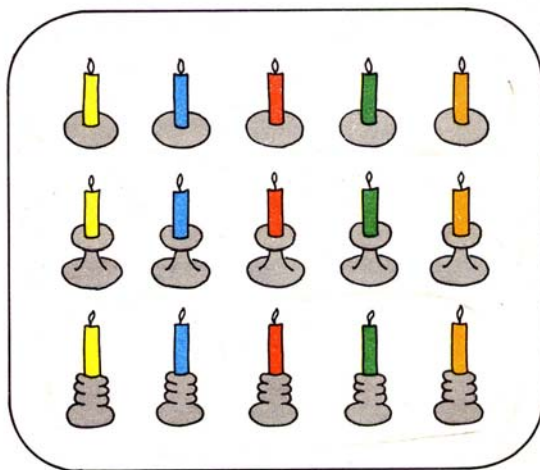
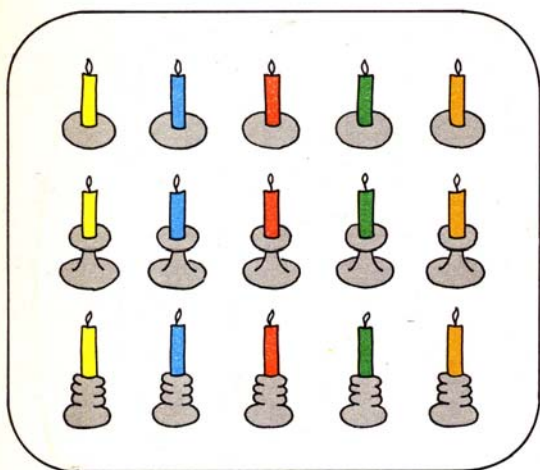
$48 : 4;$

$63 : 5;$

$367 : 6$



# 14. Multiplicación, propiedades



Completar las frases

- Hay \_\_\_ formas de candelabros

Agrupar mediante una línea todos los del mismo color

- He dibujado \_\_\_ líneas
- En cada línea hay \_\_\_\_\_ velas

Completar las frases

- Hay \_\_\_ colores de velas

Agrupar mediante una línea todos los candelabros de la misma forma

- He dibujado \_\_\_ líneas
- En cada línea hay \_\_\_\_\_ candelabros

$$\underline{\quad} \times \underline{\quad} = \underline{\quad}$$

$$\underline{\quad} \times \underline{\quad} = \underline{\quad}$$

$$\underline{\quad} : \underline{\quad} = \underline{\quad}$$

$$\underline{\quad} : \underline{\quad} = \underline{\quad}$$

## 15. La división

Resolver los siguientes problemas. Identificar las operaciones que se hacen en cada uno de ellos. Distinguir los tipos de división que aparecen

- Repartimos 20 perros entre 3 familias ¿a cuánto tocan?
- Partimos una pieza de 20 m. en trozos de 3 m. ¿cuántos resultan?
- Repartimos una pieza de 20 m. de tela entre 3 modistas ¿a cuánto tocan?
- Un camión de 3 Tm de carga debe transportar 20 Tm. ¿Cuántos viajes?
- Repartimos 20 pasteles entre 3 niños ¿A cuánto tocan?



1) Completar las frases



\* Se han dibujado \_\_\_ puntos



en \_\_\_ filas de \_\_\_ puntos



\* Se han dibujado \_\_\_ puntos

en \_\_\_ columnas de \_\_\_ puntos

2) Expresar estos cálculos en forma de operación

# 16. Las fracciones

## Círculo de Fracciones

a) Identifica qué fracciones se han colocado en el círculo de fracciones, e indica a qué fracciones corresponden las divisiones que aparecen sin número

Estimación de fracciones:

- b) Jugando por parejas, uno de los dos representa una fracción con el Círculo de Fracciones y se la muestra a su compañero por el lado en que no aparecen los números. El otro tiene que averiguar de qué fracción se trata.
- c) Un jugador dice una fracción, el compañero tiene que representarla utilizando el círculo por el lado en que no aparecen las fracciones. El otro comprueba el resultado.

## Diagrama de Freudenthal

Completa las frases empleando el Diagrama de Freudenthal

$\frac{1}{2}$  contiene \_\_\_\_\_ veces a  $\frac{1}{8}$

\_\_\_\_\_ está contenido 2 veces en  $\frac{1}{3}$

$\frac{8}{10}$  es equivalente a \_\_\_\_\_

La suma  $\frac{1}{2} + \frac{1}{4}$  equivale a \_\_\_\_\_

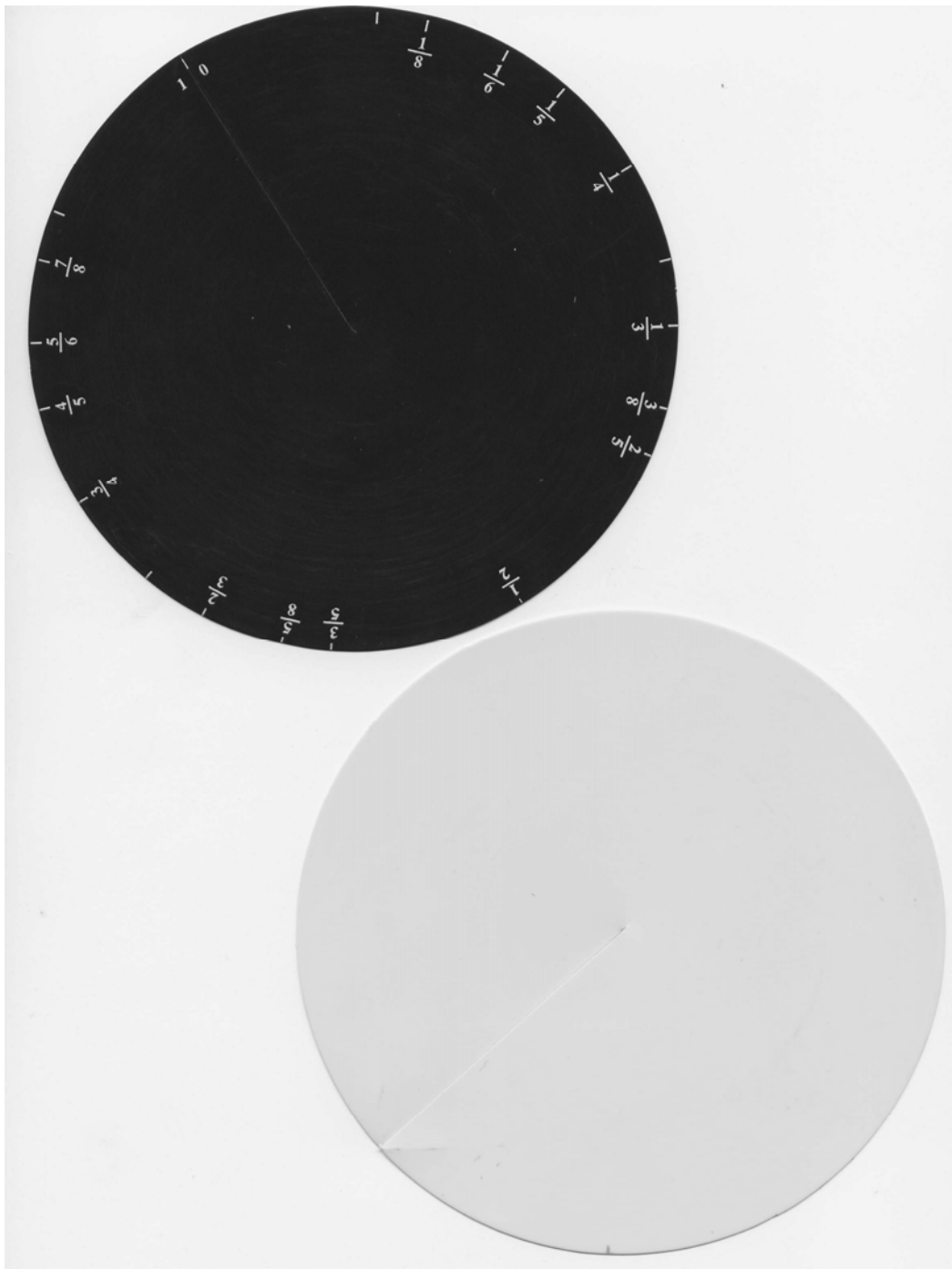
Si a  $\frac{1}{2}$  le quito  $\frac{1}{8}$  quedan \_\_\_\_\_

Si hago la mitad de  $\frac{1}{4}$  obtengo \_\_\_\_\_

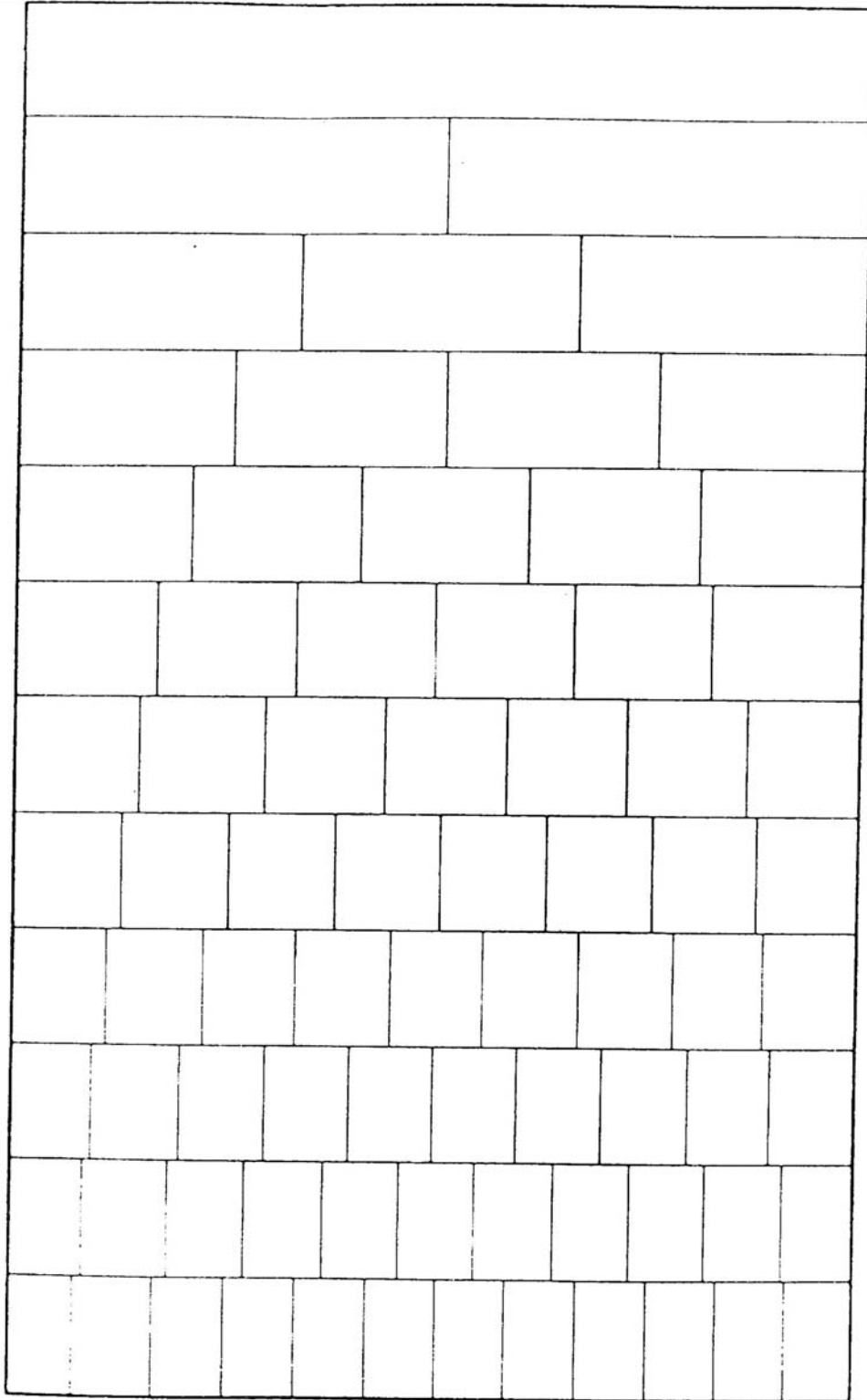
$\frac{4}{6}$  es equivalente a \_\_\_\_\_

La cuarta parte del doble de  $\frac{1}{3}$  es \_\_\_\_\_

# Círculo de fracciones



# Diagrama de Freudenthal



# Transparencias de cuadrados

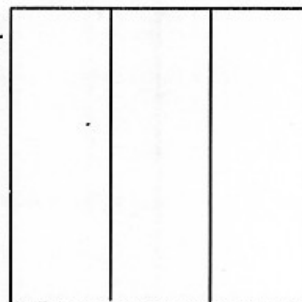
$\frac{1}{1}$



$\frac{1}{2}$



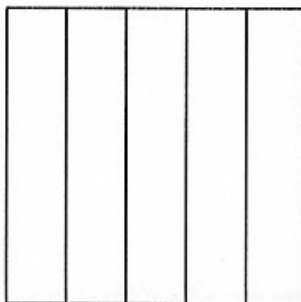
$\frac{1}{3}$



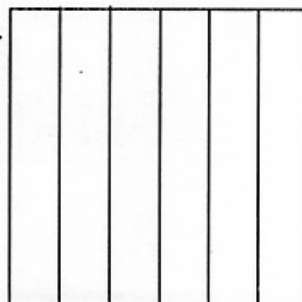
$\frac{1}{4}$



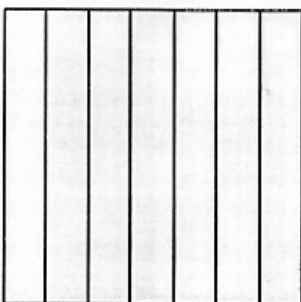
$\frac{1}{5}$



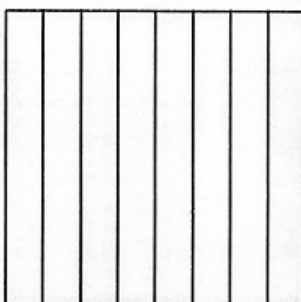
$\frac{1}{6}$



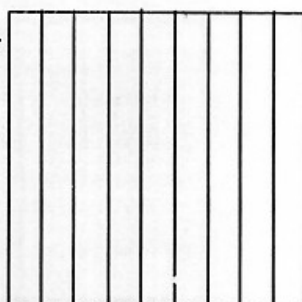
$\frac{1}{7}$



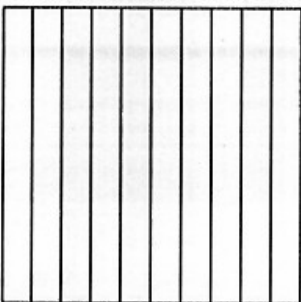
$\frac{1}{8}$



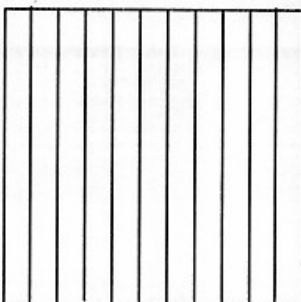
$\frac{1}{9}$



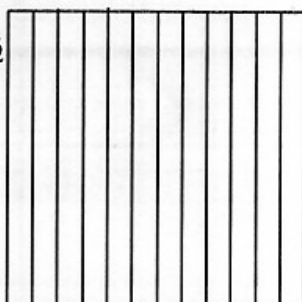
$\frac{1}{10}$



$\frac{1}{11}$



$\frac{1}{12}$



# 17. Multiplicación y división de fracciones

## Transparencias de cuadrados

Identifica la operación que corresponde a cada uno de los siguientes enunciados, estudiando cuáles son equivalentes. Determina en cada fracción quién es la unidad a la que se refiere. Determina la fracción que resulta en cada uno de ellos.

i)  $\frac{1}{2} : \frac{1}{3}$

ii)  $\frac{1}{3} : \frac{1}{2}$

iii)  $\frac{1}{2} \times \frac{1}{3}$

iv)  $\frac{1}{3} \times \frac{1}{2}$

v)  $\frac{1}{2} : 3$

vi)  $\frac{1}{3} : 2$

- a) La mitad de la tercera parte
- b) Tercera parte de la mitad
- c) Un medio de la tercera parte
- d) Un tercio de la mitad
- e) Proporción entre la mitad y la tercera parte
- f) La porción de la mitad que es la tercera parte
- g) La porción de la tercera parte que es la mitad
- h) Lo que la tercera parte contiene a la mitad
- i) Lo que la mitad contiene a la tercera parte
- j) Proporción entre tercera parte y mitad
- k) El área de un rectángulo de lados  $\frac{1}{2}$  y  $\frac{1}{3}$
- l) El lado de un rectángulo de área  $\frac{1}{2}$  y lado  $\frac{1}{3}$
- m) El área de un rectángulo mitad del que tiene de área  $\frac{1}{3}$
- n) El área de un rectángulo triple del que tiene de área  $\frac{1}{2}$

Expresa mediante un modelo cada una de las frases correspondientes.

# 17. Multiplicación y división de fracciones

Calcula cuántas veces:

- $2/3$  contienen a  $13/3$
- $13/3$  contienen a  $2/3$
- $2/5$  contienen a  $1/15$
- $3/20$  contienen a  $2/15$
- $2/5$  contiene a  $3$
- $3$  contiene a  $2/5$
- $5$  contiene a  $7$
- $7$  contiene a  $5$

Calcula cuántos:

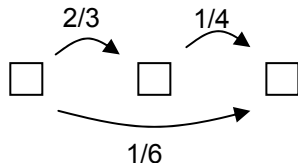
- Cuartos caben en un medio
- octavos caben en tres cuartos
- veces caben tres cuartos en seis cuartos
- veces caben tres cuartos en cinco cuartos
- veces caben  $3/4$  en  $6/8$
- veces contiene  $3/4$  a  $6/8$

Expresa con enunciados diferentes las siguientes operaciones con fracciones:

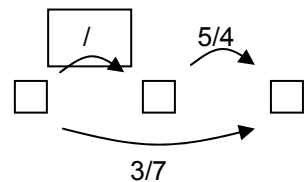
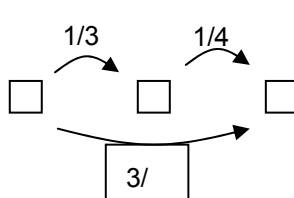
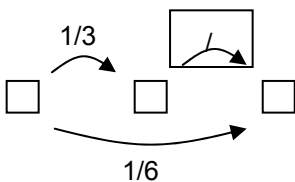
$$\beta) \frac{3}{2} : \frac{2}{3} \quad \gamma) \frac{7}{2} \times \frac{5}{3} \quad \delta) 7 \times \frac{5}{3} \quad \epsilon) \frac{7}{5} : 3$$

Con un esquema de flechas se pueden representar operaciones con fracciones. En el siguiente está representado  $2/3$  de  $1/4$  son  $1/6$ .

Representa con este modelo las frases diferentes del ejercicio



Determina las fracciones que faltan en los recuadros y expresa enunciados posibles de los siguientes esquemas:



# Geometría

## El Tangram

- Construir el cuadrado, un triángulo, un rectángulo, un trapecio isósceles y un paralelogramo, siempre con todas las piezas
- Construir el polígono de mayor número de lados empleando el Tangram
- Definir POLÍGONO
- Identificar las piezas del Tangram, caracterizarlas, determinar sus medidas (ángulos, longitudes, áreas)
- Clasificar las piezas del tangram atendiendo a un criterio, explicitar el criterio.
- Clasificar atendiendo a dos criterios, explicitar los dos criterios y representar la clasificación con una tabla de doble entrada
- Construir dos figuras con igual área y distinto perímetro
- Construir dos figuras con igual perímetro y distinta área
- Construir todos los cuadrados posibles usando las piezas del Tangram.
- Construir el menor rectángulo que se pueda con piezas del Tangram y buscar una segunda manera de hacer otro igual. Hacer todos los rectángulos posibles utilizando solamente tres piezas del Tangram.
- Los triángulos pequeño y grande del Tangram, son semejantes y el área del primero es la cuarta parte de la del segundo. ¿Están sus perímetros en la misma relación? ¿Por qué? Comprobar lo que ocurre en los triángulos pequeño y grande
- Construir todos los polígonos convexos que se pueden hacer con todas las piezas del tangram

# Geometría

## El Mecano

Construir triángulos distintos con piezas de determinada dimensión

Clasificar los triángulos construidos

Construir cuadriláteros con varias piezas. Identificarlos y clasificarlos

Formar cuadriláteros dadas las diagonales, el punto de corte y los ángulos que forman. Clasificar cuadriláteros según sus diagonales

Con dos piezas atornilladas por el centro, formando un ángulo recto, formar todos los cuadriláteros posibles. Tomar otro ángulo y formar todos los cuadriláteros posibles. Clasificar los cuadriláteros según el ángulo que forman sus diagonales. Utilizar otro criterio y clasificar los cuadriláteros según estos dos criterios (dónde está el punto de corte de las diagonales respecto al cuadrilátero, número de lados paralelos, número de lados iguales, etc.)

Construir un cuadrilátero con cuatro piezas. Estudiar si al girar unas piezas sobre otras varía el tipo de cuadrilátero. Estudiar si cambia el área y el perímetro del mismo. Buscar el que tiene el área máxima, empleando para ello un fondo de papel cuadriculado.

Estudiar qué polígonos son rígidos y cuáles flexibles empleando el mecano.

## POLIEDROS: TROQUELADOS

Construir todos los deltaedros convexos que puedas (poliedros cuyas caras son todas triángulos equiláteros)

Caracterizarlos, identificar en ellos el número de caras, vértices y aristas

Identificar los deltaedros que son poliedros regulares.

Desarmarlos y obtener desarrollos planos de los deltaedros

# Geometría

## El Geoplano

Construir triángulos distintos en un geoplano de 4 x 4 puntos

Clasificar los triángulos construidos

Construir todos los polígonos diferentes que se pueda en un geoplano de 4x4. ¿Cuál es el polígono de mayor número de lados?

Construir en un geoplano de 4x4 polígonos que tengan el mismo perímetro y distinta forma.

Construir en un geoplano de 4x4 polígonos que tengan la misma área y distinta forma.

Construir en un geoplano de 4x4 polígonos que tengan el mismo perímetro y distinta área.

Construir en un geoplano de 4x4 polígonos que tengan la misma área y distinto perímetro.

Dibujar en un geoplano triangular de 4 puntos de lado todos los triángulos distintos que se puedan

Caracterizar dichos triángulos, y clasificarlos

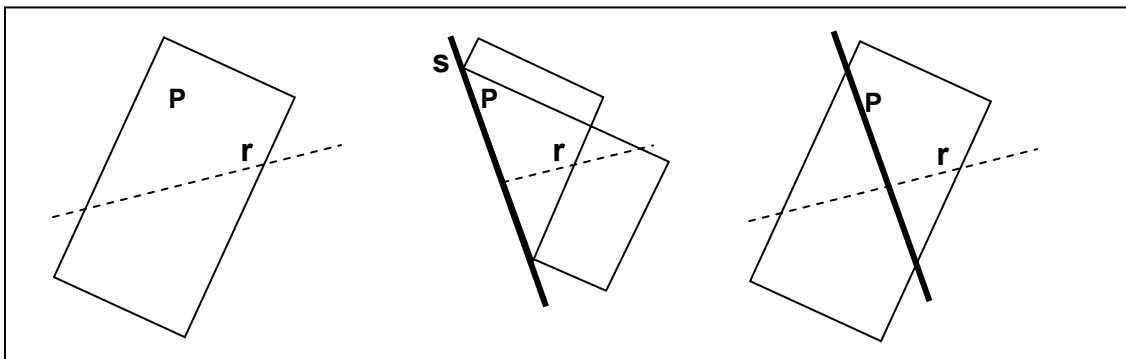
Determinar el número de triángulos unidad que contiene cada uno de estos triángulos

## Geometría: Papel doblado

*En una hoja de papel (un cuarto de folio aproximadamente) se tiene una recta  $r$  y un punto  $P$  exterior a la recta. ¿Cómo hay que doblar el papel para obtener la perpendicular a  $r$  por el punto  $P$ ?*

Proceso de solución.

- Plegamos la hoja por cualquier sitio, formando la recta  $r$ ; se puede remarcar con lápiz.
- Señalamos en el papel un punto  $P$  exterior a la recta  $r$ .
- Por el punto  $P$  realizamos un doblez de manera que hagamos coincidir la recta  $r$  sobre sí misma. Visto de otra manera, estamos convirtiendo una parte de la recta (semirecta) en la simétrica de la otra parte, por la simetría de eje la recta que surge con este doblez.
- La recta que surge pasa por  $P$  y es perpendicular a la recta  $r$  ya que el eje de simetría es perpendicular, por construcción, a los segmentos que unen puntos simétricos.



Mediante plegado de papel traza la mediatriz de un segmento  $AB$  dibujado en el papel.

Mediante plegado de papel traza la paralela a una recta  $r$  por el punto exterior  $P$ .

Partiendo de un segmento  $AB$ , mediante plegado de papel, construye un cuadrado de lado la longitud de  $AB$ .

# Geometría

## Plegado de papel: Polígonos

Construir un cuadrado a partir de una hoja de papel de bordes irregulares

Construir un cuadrado a partir de una hoja rectangular

Mediante plegado de papel y partiendo de un cuadrado construir otros tres cuadrados que tengan un cuarto, la mitad y el doble del área del cuadrado de partida.

Cuadrado 'un cuarto'

Cuadrado mitad

Cuadrado doble

Mediante plegado y partiendo de un segmento AB dibujado en el papel construir un triángulo equilátero de lado AB

Mediante plegado de papel y partiendo de un papel cuadrado construye un octógono

Construir otros polígonos regulares, a partir de los anteriores: hexágono, pentágono a partir de una banda, hexágono a partir de dos bandas

# Geometría

## Juego

Juega con tu compañero

Regla: Por turnos, cada uno de los jugadores colorea el interior de un cuadrado tratando de construir una región que tenga una de las seis formas siguientes.

Gana el que consiga el máximo número de formas.

