

## **Matemáticas y escuela secundaria en Europa**

*Philippe R. Richard*

*Comité sobre Educación Matemática, Sociedad Matemática Europea*

Este informe tiene como intención comparar el contexto de la enseñanza de las matemáticas en los diversos países europeos, exponiendo aspectos relevantes relacionados con la escuela secundaria. No se trata ni mucho menos de establecer una ordenación entre niveles de resultados, sino proporcionar la información necesaria para asentar una coherencia externa entre la situación española y aquella que prevalece en Europa.

Aunque el aprendizaje del alumno aparece como objeto central de la gestión educacional, la esfera de los condicionantes sociales es muy amplia y el reconocimiento de sus estructuras, de sus funciones y de sus interrelaciones resultan imprescindible para acercarse a cualquier diagnóstico sobre el estado de los sistemas de enseñanza. Al mismo tiempo, tal empresa resulta peligrosa dado los incesantes cambios sociales así como el gran volumen y la rapidez con la cual circula la información. Para paliar a este inconveniente, presentamos un informe que quiere hacer un puente entre la cultura habitual de una presentación en una Comisión del Senado Español, cultura ordenada pero estática, y una actualidad en movimiento, que debe situarse en su medio.

Si bien existen estudios internacionales a gran escala que suministran elementos de referencia en la evaluación de los conocimientos y de las competencias desarrolladas en el alumnado (TIMSS), la ausencia de unos exámenes oficiales al final de la escuela secundaria en muchos países impide tanto contextualizar estos estudios como disponer de resultados cuantitativos. Además, cuando estos resultados están disponibles a nivel nacional o internacional, la pluralidad de las posturas teóricas previas, de los métodos de recolección de datos, de su análisis y de su valoración impide cualquier comparación que no sea la mera descripción a partir de unos puntos de referencia básicos, como en los informes de la UNESCO o de la OCDE. Asimismo, no existe aún el desarrollo de una macrodidáctica de las matemáticas que, al igual que su vertiente económica, permitiría tener acceso al estudio de las magnitudes y variables agregadas y que ignora por ello los comportamientos individuales, dando información integral sobre los efectos a medio plazo de las políticas educacionales.

Para asegurar la objetividad y el rigor necesario a esta presentación, adoptamos un enfoque cualitativo, ciertamente el más apropiado en estas circunstancias, que recoge una parte del análisis y de las conclusiones del proyecto *Niveles de Referencia para la Enseñanza de las Matemáticas en Europa*, elaborado por el Comité sobre Educación Matemática de la Sociedad Matemática Europea y financiado por la Unión Europea. Este comité científico, constituido por miembros nacionales de países actuales o futuros de la Unión, depositó su informe en Luxemburgo en el mes de mayo de 2001. Se consideró cuestiones generales sobre la sociedad, los sistemas escolares, la especificidad de la enseñanza de las matemáticas en Europa y se propuso reflexiones generales sobre las matemáticas y su enseñanza. En particular, a partir de 16 informes nacionales, se hizo hincapié al establecer algunas de las similitudes y diferencias más patentes que prevalecen entre los países del estudio (Alemania, Bélgica, Dinamarca,

España, Finlandia, Francia, Grecia, Hungría, Italia, Luxemburgo, Países Bajos, Polonia, Reino Unido, Rusia, Suecia y Suiza).

### **Un panorama complejo**

Parece un tópico afirmar que los sistemas escolares en Europa son de la misma naturaleza que las regiones donde se encuentran. Dicho de otro modo, la gran diversidad de sus tradiciones históricas, de sus condiciones sociales y de sus culturas políticas les conceden recursos, les prestan ideales y, sobre todo, son ellos que enlazan los individuos en la vertebración y en las funciones de las instituciones y de los colectivos que intervienen en el mundo educacional. Aún cuando estos sistemas no están en transición, se aprecia grandes variaciones en cuanto a las formas en que se diferencian los tipos de centros educativos, al lugar conferido a las matemáticas en los programas generales o profesionales, a las edades de los alumnos de la educación obligatoria y a la cantidad semanal o anual de horas de clase. Hasta el lenguaje utilizado para describir los sistemas escolares se acomoda de un país al otro — incluso en los mismísimos nombres empleados para nombrar propiedades matemáticas idénticas que figuran en los programas oficiales. En los países de costumbres centralizadoras como Francia, Grecia, Italia e Inglaterra se oponen los sistemas de competencias exclusivas o compartidas como en los Länder alemanes o en las Autonomías españolas, pasando por los estados que no son federales pero que admiten ajustes de acuerdo con sus comunidades (como Bélgica, Hungría y Finlandia — con su minoría de locutores suecos), dando un sentido específico a la palabra « región » cuando se trata de educación. Al mismo tiempo, los sistemas centralizadores tienen tendencia a descentralizarse mientras los sistemas descentralizados tienden a buscar mecanismos de coordinación central, correspondiendo, según una encuesta de la OCDE, a los deseos de sus ciudadanos.

Si el intento de bosquejar un cuadro del panorama europeo lleva deliberadamente al reconocimiento de puntos de encuentro, la elección de estos y del lenguaje utilizado resultan de una simplificación, so pena de prohibir la comparación o, al menos, de atenuar ampliamente su alcance. Muchas de las consideraciones expuestas a continuación se tienen que interpretar como un primer acercamiento a una realidad muy diversa. Además, los datos necesitarán ponerse al día para tomar en cuenta las evoluciones en curso. Como información complementaria y más precisa, adjuntamos los informes nacionales y un resumen que pone en paralelo los sistemas escolares, el lugar y la importancia de las matemáticas en los currículos, los objetivos matemáticos generales, los contenidos básicos, las variaciones regionales y las estrategias de implementación curricular.

### **Sistemas escolares: tendencias, cambios en curso y desafíos**

- Actualmente en todos los países considerados, la **enseñanza obligatoria** dura como mínimo nueve años, a pesar de que la casi totalidad de los jóvenes están escolarizados al menos hasta los 16 años y, muy a menudo, hasta los 18 años. No obstante, según las estadísticas de la OCDE en 1996, la proporción de jóvenes que no estaban escolarizados a los 16 años varía entre 5 % y 20 % en seis de estos países (Dinamarca, España, Finlandia, Grecia, Reino Unido, Suiza). En un sentido opuesto y cuando el sistema lo permite, es muy frecuente que los alumnos que cursaron una formación profesional preuniversitaria continúen sus estudios de una forma u otra a causa de la saturación del empleo, aunque estuvieron destinados al mundo laboral.

Desafío. No disminuir el nivel global de la formación de los alumnos, aun cuando sólo sería para no penalizarles en la continuación de sus estudios, más allá de la educación obligatoria.

- Además del **alargamiento de la escolaridad**, existe una tendencia general que consiste en **retrasar la especialización** tanto como pueda. Para los jóvenes que están todavía escolarizados y en la mayoría de los países, la especialización procede después de los 14 ó 15 años. Si bien ya tiene lugar a los 16 ó 17 años en Dinamarca, Finlandia y Suecia, la especialización interviene desde los 11 ó 12 años en Alemania, Bélgica, Países Bajos, Reino Unido y Suiza. Muchos de estos últimos países procuran retrasar esta edad.

Desafío. Identificar unívocamente los conocimientos y las capacidades básicas necesarias al conjunto de los futuros ciudadanos, aunque resulta difícil prever cómo será la sociedad en la cual tendrán que participar. A la fuerza, no es evidente encontrar esta univocidad dentro de un mismo país, todavía menos a escala europea.

- El nuevo orden mundial y la apertura del espacio europeo a los estudiantes y a los trabajadores llevan a una petición cada vez más insistente que vinculan la **formación y el mercado laboral con la movilidad**. Aun cuando su grado de acogida varía bastante de un país al otro, se pretende que la escuela no prepare prematuramente a los alumnos a un empleo determinado, si no que les provee de herramientas culturales y de una formación sólida que les permitirán adaptarse y actualizarse a lo largo de su vida profesional.

Desafío. Organizar la enseñanza de tal modo que todos los alumnos puedan adquirir los conocimientos y las capacidades básicas mencionadas anteriormente, de forma consciente, durable y utilizable tanto en el ámbito escolar como en la diversidad de las futuras situaciones en que se enfrentarán. En este sentido, la cultura de la normalización, en la cual la organización procede a partir de disposiciones previstas de antemano y que pretende dar objetividad y ser controlable, compite con la cultura de la responsabilidad, cultura más flexible que puede adaptarse a las realidades que no se supo prever y que favorece la búsqueda de compromisos.

- Se suponía que la **introducción sistematizada de las tecnología de la información y de la comunicación** en las escuelas les permitiría proporcionar a los alumnos una formación básica en o con la informática, imprescindible para el desarrollo de sus competencias generales. Sin embargo, persiste una ambivalencia: ¿el uso efectivo de las TIC contribuye a completar conocimientos anteriores a su introducción o les ambiciona sustituir? En clase de matemáticas, no se sabe muy bien cuando estas tecnologías deben emplearse, en la medida de lo posible, al servicio de saberes tradicionales o cuando la naturaleza misma de éstos se ven modificados. Del mismo modo que la información digital que concierne a los ciudadanos es cada vez más presente y de forma cada vez más compleja, queda claro que la práctica profesional de las matemáticas está estrechamente influida por las nuevas tecnologías, tanto a nivel cotidiano como investigador.

Desafío. A no sea que se quiere que sólo una parte de los ciudadanos puedan entender el mundo que les rodea, la cuestión de la calidad del acceso a las TIC no pone solamente en tela de juicio la formación de los futuros matemáticos o de los futuros

usuarios profesionales de las competencias matemáticas. Lo que está en juego concierne los mismísimos fundamentos de la democracia.

- En la **problemática de la evaluación**, está creciendo por todas partes la idea de responsabilizar a los integrantes del mundo educacional para valorar, en su justa medida, los efectos de las múltiples facetas de los sistemas escolares. La cultura de la evaluación concierne tanto el docente en su clase como el alumno mismo, la organización de los establecimientos, la calidad de los proyectos educativos, de los programas y de los manuales.

Desafío. Conciliar la cultura de la responsabilidad con la cultura de la normalización en esta problemática.

### Particularidades de la enseñanza de las matemáticas

- Además de la práctica docente tradicional y de la pedagogía por objetivos que marcan aún la estrategia curricular de sistemas escolares enteros, varias regiones están estableciendo un **estilo de enseñanza** que pretende basarse en el constructivismo (el alumno construye sus conocimientos) o el socioconstructivismo (que se realiza en el intercambio social)\*. Se considera que los Países Bajos sobre todo y, en cierta medida, Italia, algunos cantones Suizos, una parte de Bélgica y el Reino Unido han adquirido una experiencia sugerente en este sentido. Por todas partes se encuentra profesores de matemáticas que lo comparte. En otros países como Francia se trata de un enfoque oficial, aunque se reduce a menudo al uso sistemático de actividades, lo que alimentó desde hace poco una crítica social en contra. Todas las regiones consideran que es la **resolución de problemas** que induce más a los alumnos a comprender las ideas matemáticas, aun cuando todas no se valen de estas situaciones con la misma importancia. Numerosas competiciones (olimpiadas, pruebas, gymkhanas, concursos, juegos, etc.) tienen un efecto muy positivo al respecto (Hungría, Francia, Suiza, ...).
- A los 16 años, el **tiempo medio dedicado a las matemáticas** varía entre 3 y 5 horas semanales de clase de 45 min, representando una proporción entre el 10 y el 15 % del tiempo total. En la mayoría de los países, según una encuesta de la OCDE, la disciplina que se considera como la más importante después de la lengua natural son las matemáticas. De forma general, el tiempo dedicado a ello parece estar en baja relativa puesto que se ambiciona dar más importancia a otras asignaturas, en particular la informática. No obstante, en los países que consiguen globalmente resultados bajos a la luz de estudios internacionales (TIMSS, PISA) suelen desplegar esfuerzos considerables par remediar la situación.
- Debido a las diferencias notables entre los sistemas escolares europeos, resulta arduo abstraer los **objetivos principales de la enseñanza de las matemáticas** que no se limitan a los contenidos. Si se incluye también los efectos de la enseñanza y las competencias desarrolladas, se podrían sintetizar en la tabla siguiente:

---

\* En realidad, la perspectiva constructivista enfoca el cambio de concepción del alumno y la superación de obstáculos en la construcción efectiva de conocimientos pertinentes, reproduciendo características constitutivas del quehacer matemático, sin caer en la fantasía de volver a descubrir lo que ya está descubierto.

Competencias generales	Mundo matemático	Aplicaciones de las matemáticas
Algoritmos Razonamiento, deducción, prueba Lenguaje y símbolos (uso, creación, comunicación, ...) Pensamiento visual Transferencia Interés por las matemáticas, seguridad en su uso	Aritmética Variables, ecuaciones Geometría Gestión de datos Funciones y gráficos	Modelizar Buscar, investigar Cálculos aproximados Uso de la informática Control de resultados

En cuanto a los hábitos actuales en tareas de evaluación, el empleo en exclusiva de ejercicios escritos permanece por todas partes. Esta actitud no ayuda en la promoción ni en la evaluación de algunas capacidades con todo indispensable en el aprendizaje de las matemáticas, como expresarse y argumentar correctamente, plantear en términos matemáticos una situación que ganaría con ello, resolver problemas más complejos que de costumbre, trabajar en grupo en un proyecto de investigación juvenil, consultar libros o manuales escolares de forma autónoma, etc.

- La introducción en clase de los dispositivos calculadores y informáticos pone en evidencia que se necesita un replanteamiento de la **jerarquía de valores de los conocimientos matemáticos**. El dominio de algunas técnicas de cálculo resulta menos útiles que antes, mientras la capacidad de elaborar un programa de cálculo y de controlar sus resultados aparece en primer plano. En el mismo sentido, los conocimientos básicos en estadística y en probabilidades se precisan desde ahora para el futuro ciudadano.
- La cuestión de la **innovación curricular** varía mucho entre regiones a nivel de contexto, de enfoques, de contenidos y de métodos. Se aprecia en general un nuevo interés por la enseñanza de la geometría, en particular por la geometría del espacio. Sin embargo, su estudio puede referirse tanto al simple cálculo de volúmenes como al desarrollo del pensamiento visual (Países Bajos). La geometría euclidiana de factura tradicional queda sustancialmente presente en Francia, Grecia e Italia. En algunos casos, la innovación apunta hacia la integración de la estadística, de las probabilidades o de la historia de las matemáticas en los programas oficiales. En otros casos, se acentúa el interés por el uso práctico de las matemáticas en situaciones que no parecen solicitarlas antes de un primer contacto o de su profundización.

### Relación entre las matemáticas y el mundo educacional

- La tela de fondo de las reformas curriculares previstas (Grecia, Hungría, Luxemburgo, Rusia, ...) o realizadas (Bélgica, Francia, Italia, Reino Unido, Suecia, ...) afirma o sobreentiende dos **concepciones básicas sobre la enseñanza y el aprendizaje**: una primera, tradicional, en la cual el profesor « hace la clase » y el alumno « resuelve ejercicios » y, una segunda, más innovadora, que se centra en el alumno como actor en la construcción de sus conocimientos. Aunque se potencia más esta última, se mantienen contradicciones entre, por una parte, los objetivos curriculares, el contenido de los manuales escolares y de los exámenes y, por otra parte, los resultados obtenidos

por el alumnado en términos de conocimientos y de competencias. Sigue un fenómeno parecido entre: la formación continuada del profesorado y los nuevos contenidos, los nuevos métodos de enseñanza, la gestión de las nuevas tecnologías en clase, el interés y las capacidades muy variadas en el alumnado; la formación inicial del profesorado y las posibilidades de las organizaciones o de los establecimientos que la imparte, así como las costumbres adquiridas por el profesorado en función durante las prácticas o las relaciones de tutorización. Algunos países priorizan la « matemática para todos » (Reino Unido, Suecia, ...), mientras otros se preocupan del nivel alto (Francia, Rusia, ...).

- Si bien se reduce a menudo a una versión intuitiva que no se fundamenta en la investigación, la **didáctica de las matemáticas** como disciplina científica conoce un destino variado en Europa. En algunos países, como Francia, se considera como una disciplina ya hecha mientras que en otros, como Alemania, se le concede cátedras en los departamentos de matemáticas o, como Suecia, está en vía de desarrollo. Dispone tanto de revistas internacionales de prestigio (*Educational Studies in Mathematics*; *Journal für Mathematikdidaktik*; *Recherches en Didactique des Mathématiques*) como de escuelas de verano, conferencias y seminarios nacionales importantes (Francia, Italia, ...). Aunque no existe una concepción homogénea de la didáctica de las matemáticas, la comunicación y la cooperación entre diversos puntos de vista no solamente es deseable sino que podría florecer especialmente desde la fundación de la sociedad *European Research in Mathematics Education* (ERME). En cuanto a la relación que mantiene la didáctica con la práctica docente, resulta muy provechoso cuando la intuición que los profesores en función supieron desarrollar con la experiencia, junto a una formación inicial en matemáticas, se complementa con una formación de segundo o de tercer ciclo en didáctica.
- La capacidad de razonar correctamente de forma autónoma en situaciones problemáticas más o menos complejas constituye un valor social fundamental. Si bien no le pertenece en exclusiva, la disciplina discursiva que predomina en matemáticas, tanto en actividades de descubrimiento como en situaciones de validación, se muestra en medio privilegiado para desarrollar **hábitos argumentativos estructurados**. ¿Se debe recordar que la presencia conjunta de la lengua natural y del registro matemático en clase exige constantemente un ajuste entre la eficacia de pensamiento y el rigor asociado? Los países que abandonaron completamente el modo hipotético deductivo sienten la dificultad que tiene el alumnado para entender la unidad y la continuidad de las matemáticas escolares. A la inversa, los países que conservaron una disposición hacia la geometría euclidiana tradicional lamentan que subsiste una parte del profesorado que nunca emplea enfoques heurísticos. Cuando se pierde globalmente una competencia dentro de un sistema escolar, resulta laborioso recuperarla. El ejemplo de la enseñanza de la geometría es muy llamativo.
- De las **relaciones entre las matemáticas y la informática** se desprenden cuestiones fundamentales que van desde la integración de ambas en la enseñanza de la otra hasta el lugar ocupado por las nuevas tecnologías en clase, durante los exámenes oficiales y el seguimiento de la experiencia del alumnado a nivel internacional. El rapidísimo crecimiento tecnológico crea constantemente nuevas configuraciones de condiciones en los entornos interactivos de aprendizaje, dando la sensación mareante de lo que parecía posible o acertado hace tan poco necesita ya un replanteamiento. El alcance de muchos programas educativos que procuraban evaluar los efectos de las nuevas

herramientas y prácticas pedagógicas pierden relieve a medida que se desarrollan los medios tecnológicos y sus contextos. En todo caso, sin hablar de Internet, de software didáctico o de diseño de nuevos entornos interactivos de aprendizaje, las simples calculadoras de bolsillo pasaron de científicas a tener interfaces gráficas en aproximadamente cinco años, implementadas con programas de cálculo simbólico, de geometría dinámica, de base de datos, además de facilitar la programación estándar con edición de texto en un aparato que puede intercambiar información con dispositivos externos.

En el conjunto de Europa, aun cuando la tendencia general consiste en favorecer el uso de las TIC en la enseñanza, las variaciones suelen aparecer a nivel de los establecimientos, incluso dentro de un mismo seminario. Esta situación conlleva al menos desigualdades de hecho y desfases sustanciales. En primer lugar, resulta visible en: la integración de la informática en clase de matemáticas y vice-versa; el reequilibrio, en términos de horario docente, entre la informática y las disciplinas científicas o humanísticas; la formación del profesorado con las TIC; la enseñanza sistemática de su manejo en las escuelas; la coordinación de las iniciativas privadas dentro de un seminario o de un área de conocimiento; el lugar concedido a las calculadoras en las tareas de evaluación. En segundo lugar, es aparente entre: los objetivos curriculares y el equipamiento actual; las recomendaciones oficiales, los recursos económicos y tecnológicos asignados a ello (por los establecimientos, por los padres); la incitación institucional en aprovechar las nuevas tecnologías y su uso real en clase; el grado de autonomía de los profesores y de los alumnos; la diversidad de los medios tecnológicos disponibles y la exigencia de normalización para la organización de actividades eficaces.

## **Conclusión**

La evolución de la situación actual lanza muchos desafíos difíciles de aceptar. Sólo la velocidad vertiginosa del desarrollo científico-tecnológico (matemáticas, didáctica de las matemáticas, informática, ...) no parece dar tiempo suficiente para prever las consecuencias que podría tener su integración en los sistemas de enseñanza. Pero el rechazo a estos retos o cualquier aprecio superficial podría complicar aún más el panorama escolar o engendrar algún tipo de retraso indeseable. La toma de decisión en las políticas educacionales requiere una sutil coherencia entre circunspección, para afianzar la solidez y la durabilidad de los cambios, y atrevimiento, para integrar los nuevos descubrimientos que prorrumpían por todos lados. La apuesta para el futuro, porque se trata realmente de una apuesta, pasa inevitablemente por el progreso de la cultura de la responsabilidad, asociada a la universalidad de acceso a la información útil. Hay un refrán popular que dice: «tenemos los gobiernos que nos merecemos». ¿Falta recordar que, además de guiar y dirigir, gobernar significó también sustentar o alimentar? Si se quiere conjugar aptitudes y calidad en la gran inversión europea, las matemáticas y su enseñanza intervienen como condición y vehículo privilegiados en la vertebración de la sociedad que viene.

## Apéndice

### Acrónimos

- Trends in Mathematics and Science Study (TIMSS) • International Study Centre at Boston College
- Le Programme international pour le suivi des acquis des élèves (PISA) • Organisation de Coopération et de Développement Économiques (OCDE)
- United Nations Educational, Scientific and Cultural Organization (UNESCO)

### Documentos adjuntos

Además de las 16 presentaciones nacionales, se adjunta los informes oficiales elaborados por el Comité sobre Educación Matemática, Sociedad Matemática Europea:

- International Report: Reference levels in School Mathematics Education in Europe. Redactado por Antoine Bodin, Vinicio Villani, Rudolf Sträßer, revisado por Philippe Tilleuil.
- Short unofficial summary. Redactado por Tony Gardiner.

Estos documentos están disponibles en versión digitalizada en:

<http://www-math.univ-fcomte.fr/DEPARTEMENT/CTU/IREM/internat.htm>

*Département de didactique  
Faculté des sciences de l'éducation  
Université de Montréal  
C.P. 6128, succursale Centre-ville  
Montréal (Québec) H3C 3J7  
Canada*

*Teléfono: (+1) 514-343-2064*

*Fax: (+1) 514-343-7286*

*Correo electrónico: philippe.r.richard@umontreal.ca, philippe.richard@uab.es*