PRUEBAS PARA LA OBTENCIÓN DEL TÍTULO DE BACHILLER PARA PERSONAS MAYORES DE 20 AÑOS. Convocatoria 2015

Apellidos:.. **Nombre:**...

D.N.I./ N.I.E.: ....

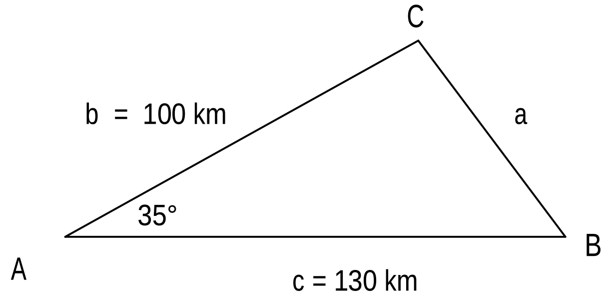
MATEMÁTICAS (1er y 2º curso)

Instrucciones:

- ***Lee atentamente las preguntas antes de contestar y responde en los folios que se te proporcionarán.***
- ***La puntuación máxima de cada pregunta está indicada en su enunciado.***
- ***Revisa detenidamente la prueba antes de entregarla.***
- ***Al finalizar, se entregarán las pruebas y todas las hojas utilizadas para las respuestas.***

A. RESOLUCIÓN DE PROBLEMAS. (50 puntos)

1. Desde la torre de control de despegue sita en A, se observa con una inclinación de 35º una avioneta posicionada en C a 100 km. La distancia que separa la torre de control de despegue de la torre de control destino en B es de 130 km. Halla: (20 puntos; 10 por apartado)



A. La distancia de la avioneta a la torre de control de aterrizaje.

La distancia de la avioneta a la torre de control de aterrizaje.

Aplicando el Teorema del coseno, si el lado que falta es a:

$$a^2 = b^2 + c^2 - 2bc \cdot \cos 35 = 26900 - 26000 \cdot \cos 35 = 5602{,}05$$

a= 74,85 km

B. El ángulo con el que esta observa a la avioneta.

El ángulo de observación B. Volvemos a aplicar el Teorema del coseno:

$$b^2 = a^2 + c^2 - 2ac \cdot \cos B$$

$$B = \arccos\frac{100^2 - 74{,}85^2 - 130^2}{-2 \cdot 130 \cdot 74{,}85} = \arccos\frac{-12502{,}52}{-19461} = \arccos 0{,}64244 = 50°$$

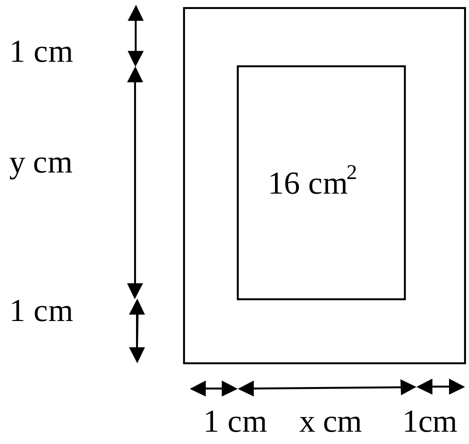
B=50º

2. Las instrucciones para el formato de tarjetas de felicitación de una empresa sigue el siguiente diseño: 1 cm de margen por cada lado, y un área de 16 cm^2 para la imagen. (30 puntos; 10 puntos el apartado A y 20 el B)

A. **Realiza** el esquema de la hoja, incluyendo los datos del enunciado.

B. **Averigua** las medidas del alto y ancho del papel para que la superficie de la hoja sea mínima.

A. El esquema es con x ancho en cm e y alto en cm



B. La superficie del papel será:

S=ancho·alto
Ancho total: x+2 cm
Alto total: y+2 cm

Relacionamos ambas incógnitas a través de las dimensiones de la imagen:

$$x\cdot y=16 \Rightarrow y=16/x$$

Luego S=(x+2) · (y+2) y sustituyendo $S(x)=(x+2)\cdot\left(\frac{16+2x}{x}\right)=\frac{2x^2+20x+32}{x}$

Para hacer la superficie mínima, calculamos S'(x) y la igualamos a cero:

$$S'(x)=\frac{(4x+20)\cdot x-2x^2+20x+32}{x^2}=\frac{2x^2-32}{x^2}$$

$$S'(x)=0 \iff x=\mp 4$$

Desechamos la solución negativa por tratarse de una distancia, luego x=4 cm es la posible solución.

Comprobamos que se trata efectivamente de un mínimo de la forma más fácil:

$$S(3,9)=36,67 < S(4)=36 < S(4,1)=36,004$$

Y vemos que efectivamente tanto a la izquierda como a la derecha de x=4 el valor es mayor, por lo que x es un mínimo.

Podríamos haber hallado la 2ª derivada $S''(x)=\frac{64}{x^3}$ y comprobar que S''(4)=1>0

Así, x=4=y en la imagen, la superficie mínima tiene forma de cuadrado y las dimensiones finales de la hoja son x=6=y cm.

B. CUESTIONES. (40 puntos)

3. Calcula razonadamente la siguiente integral (15 puntos):

$$\int_0^5 \sqrt[3]{x^4}\,dx$$

Es una integral inmediata:

$$\int_0^5 \sqrt[3]{x^4}dx=\frac{3}{7}\int_0^5 \frac{7}{3}x^{\frac{4}{3}}dx=\frac{3}{7}x^{\frac{4}{3}+1}\Big|_0^5=\frac{3}{7}x^{\frac{7}{3}}\Big|_0^5=\frac{3}{7}\sqrt[3]{5^7}=\frac{3}{7}5^2\sqrt[3]{5}$$

4. Sabiendo que determinante de $\begin{vmatrix} a & d & g \\ b & e & h \\ c & f & i \end{vmatrix} = -3$, deduce sin desarrollar, especificando las propiedades utilizadas el valor del siguiente determinante (10 puntos):

$$\begin{vmatrix} (-a-2d) & d & g \\ (-b-2e) & e & h \\ (-c-2f) & f & i \end{vmatrix}$$

$$\begin{vmatrix} (-a-2d) & d & g \\ (-b-2e) & e & h \\ (-c-2f) & f & i \end{vmatrix} = -\begin{vmatrix} a & d & g \\ b & e & h \\ c & f & i \end{vmatrix} - 2\begin{vmatrix} d & d & g \\ e & e & h \\ f & f & i \end{vmatrix} = -(-3) - 2 \cdot 0 = 3$$

5. Averigua el valor del siguiente límite: (15 puntos)

$$\lim_{x \to -3} \frac{x^2 + x - 6}{x^2 - 9}$$

Es una indeterminación del tipo 0/0 que se resuelve simplificando la fracción algebraica.
(También podrían aplicarse L'hopital)

$$\lim_{x \to -3} \frac{9-3-6}{9-9} = \frac{0}{0} = \lim_{x \to -3} \frac{(x-2)(x+3)}{(x-3)(x+3)} = \lim_{x \to -3} \frac{(x-2)}{(x-3)} = \frac{5}{6}$$

C. PREGUNTAS BREVES. (10 puntos)

6. **Indica** de forma razonada el valor de "a" que hace continua la función marcando la opción correcta. Justifica tu elección:

$$f(x) = \begin{cases} \cos x & x < 0 \\ x^2 - ax + 2 + a & x \geq 0 \end{cases}$$

- ☒ -1
- ❑ -2
- ❑ 0
- ❑ 3

El límite lateral a la izquierda de 0 vale 1.

El límite lateral a la derecha de 0 es 2+a.

Es continua si 1=2+a, esto es, si **a= -1**