

Lógica de enunciados de primer orden

Leyes enunciativas

1 Leyes fundamentales

1.1 Principio de identidad

Regla: Este principio establece que cualquier enunciado se refiere a sí mismo

Ley:

$$A \leftrightarrow A$$

1.2 Principio de no contradicción

Regla: No puede aceptarse un enunciado molecular cuyos componentes sean la afirmación y la negación de lo mismo.

$$\neg [A \wedge (\neg A)]$$

2 Leyes de la negación \neg

2.1 Doble Negación D.N.

Regla: Una doble negación es equivalente al enunciado que posee como argumento

Ley:

$$(A) \leftrightarrow (\neg\neg A)$$

$$\frac{A}{\neg\neg B}$$

3 Leyes de la conjunción \wedge

3.1 Debilitación

Regla: Una conjunción de dos enunciados cualesquiera implica la disyunción, implicación o equivalencia entre ambos enunciados. Esto es, dada una conjunción cualquiera podemos transformarla correctamente en una disyunción, en una implicación o en una equivalencia de los enunciados dados.

- I) $(A \wedge B) \rightarrow (A \vee B)$
- II) $(A \wedge B) \rightarrow (A \rightarrow B)$
- III) $(A \wedge B) \rightarrow (A \leftrightarrow B)$

3.2 Propiedades de la conjunción

Las siguientes propiedades autorizan la transformación de la conjunción del modo que se presentan a continuación.

3.2.1 *Simetría*

$$(A \wedge B) \leftrightarrow (B \wedge A)$$

3.2.2 *Asociativa*

$$[(A \wedge B) \wedge C] \leftrightarrow [A \wedge (B \wedge C)]$$

3.2.3 *Transitividad*

$$[(A \wedge B) \wedge (B \wedge C)] \rightarrow (A \wedge C)$$

3.3 Pedro Hispano PH

Regla: Una conjunción implica cualquiera de sus miembros; por tanto, dada una conjunción podemos concluir o separar cualquiera de sus miembros.

$$(A \wedge B) \rightarrow A$$

$$(A \wedge B) \rightarrow B$$

3.4 Unión

Regla: Dos elementos pueden unirse con una conjunción.

$$[(A) \wedge (B)] \rightarrow (A \wedge B)$$

3.5 De Morgan de la conjunción DM \wedge

Regla: La negación de una conjunción equivale a una disyunción de sus miembros negados por separado

$$[\neg (A \wedge B)] \leftrightarrow [(\neg A) \vee (\neg B)]$$

4 Leyes de la disyunción \vee

4.1 Propiedades de la disyunción

4.1.1 *Simetría*

$$(A \vee B) \leftrightarrow (B \vee A)$$

4.1.2 *Asociativa*

$$[(A \vee B) \vee C] \leftrightarrow [A \vee (B \vee C)]$$

4.2 De Morgan de la disyunción DM \vee

Regla: La negación de una disyunción es equivalente a la conjunción de sus miembros negados por separado.

$$[\neg (A \vee B)] \leftrightarrow [(\neg A) \wedge (\neg B)]$$

4.3 Adición

Regla: Un enunciado implica su disyunción con otro cualquiera.

$$(A) \rightarrow (A \vee B)$$

$$\frac{P}{P \vee Q}$$

4.4 Tollendo Ponens TP \vee

Regla: Dada una disyunción, quitando (tollendo) o negando una de sus alternativas, podemos concluir o poner (ponens) la otra alternativa.

$$[(A \vee B) \wedge (\neg A)] \rightarrow (B)$$

$$[(A \vee B) \wedge (\neg B)] \rightarrow (A)$$

$$\begin{array}{c} P \vee Q \\ \neg P \\ \hline Q \end{array}$$

5 Leyes de la implicación

5.1 Propiedades de la implicación

5.1.1 *Ley de la transitividad*

$$[(A \rightarrow B) \wedge (B \rightarrow C)] \rightarrow (A \rightarrow C)$$

5.2 Ley Poniendo Ponens PP \rightarrow

Regla: Dada una implicación, afirmando (o poniendo) su implicante, podemos concluir (o poner) su implicado.

$$[(A \rightarrow B) \wedge A] \rightarrow B$$

5.3 Ley Tollendo Tollens TT \rightarrow

Regla: Dada una implicación, negando (o quitando) su implicado, debemos negar (o quitar) su implicante.

$$[(A \rightarrow B) \wedge (\neg B)] \rightarrow \neg A$$

5.4 Definición de la implicación en disyunción Def. \rightarrow en \vee

Regla: Una implicación puede definirse en una disyunción donde el implicante aparece negado y el implicado afirmado.

$$(A \rightarrow B) \leftrightarrow [(\neg A) \vee B]$$

5.5 Definición de la implicación en conjunción Def. \rightarrow en \wedge

Regla: Una implicación puede definirse en una conjunción donde el implicante aparece afirmado y el implicado negado.

$$[\neg (A \rightarrow B)] \leftrightarrow [A \wedge (\neg B)]$$

6 Leyes de la equivalencia

6.1 Propiedades de la implicación

6.1.1 Ley de la simetría

$$(A \leftrightarrow B) \leftrightarrow (B \leftrightarrow A)$$

6.1.2 Ley asociativa

$$[(A \leftrightarrow B) \leftrightarrow C] \leftrightarrow [A \leftrightarrow (B \leftrightarrow C)]$$

6.1.3 Ley de la transitividad

$$[(A \leftrightarrow B) \wedge (B \leftrightarrow C)] \rightarrow (A \leftrightarrow C)$$

6.2 Definición de la equivalencia en implicación Def. \leftrightarrow en \rightarrow

$$(A \leftrightarrow B) \rightarrow [(A \rightarrow B) \wedge (B \rightarrow A)]$$