

**Instrucciones:** a) Duración: 1 hora y 30 minutos.

b) Tienes que **elegir únicamente tres** de entre los seis ejercicios propuestos.

c) Cada ejercicio se puntuará **de 0 a 10 puntos**. La calificación será la media aritmética de los tres ejercicios.

d) Contesta de forma razonada y escribe ordenadamente.

e) No se permite el préstamo de calculadoras. Se permite el uso de calculadoras que no sean programables, gráficas ni con capacidad para almacenar o transmitir datos. No obstante, todos los procesos conducentes a la obtención de resultados deben estar suficientemente justificados.

### EJERCICIO 1

a) [5 puntos] Halla el valor de  $\frac{\log(a^2) - \log(\frac{1}{a}) + \log(\sqrt{a})}{\log(\sqrt{a^7})}$ , donde  $a$  es un número positivo, distinto de 1, y  $\log(a)$  representa al logaritmo decimal de  $a$ .

b) [5 puntos] En un triángulo rectángulo, la hipotenusa mide 16 cm y uno de los ángulos mide  $60^\circ$ . Halla el área del triángulo.

### EJERCICIO 2

a) [5 puntos] Comprueba la igualdad  $(\sec(\alpha) - \operatorname{tg}(\alpha))^2 = \frac{1 - \operatorname{sen}(\alpha)}{1 + \operatorname{sen}(\alpha)}$  con  $0 < \alpha < \frac{\pi}{2}$ .

b) [5 puntos] Calcula:  $\lim_{n \rightarrow \infty} \sqrt{n+3} (\sqrt{n+5} - \sqrt{n+1})$ .

### EJERCICIO 3

a) [5 puntos] Resuelve la ecuación  $\sqrt{x^2 + 1 + 2\sqrt{4x-3}} = x + 1$ , y comprueba el resultado.

b) [5 puntos] Determina el área del recinto limitado por la parábola  $y = -x^2 + 4$  y el eje de abscisas.

### EJERCICIO 4

a) [5 puntos] Determina los puntos de la recta de ecuación  $y = -3x + 16$  que distan  $\sqrt{5}$  metros de la recta de ecuación  $y = 2x + 1$ .

b) [5 puntos] Sabiendo que el polinomio  $x^3 + mx^2 + nx - 2$  tiene una raíz doble en  $x = -1$ , encuentra los valores de  $m$  y  $n$ . Factoriza el polinomio resultante.

### EJERCICIO 5

a) [5 puntos] Sea  $f: \mathbb{R} \rightarrow \mathbb{R}$  la función definida por  $f(x) = \begin{cases} 3x - 1 & \text{si } x \leq -1; \\ ax^2 - 1 & \text{si } -1 < x < 2; \\ x^2 + bx + 1 & \text{si } x \geq 2. \end{cases}$

Halla los valores de  $a$  y  $b$  para que  $f$  sea continua. Estudia la derivabilidad de  $f$ .

b) [5 puntos] Simplifica al máximo la expresión  $\frac{3x}{x+1} : \left( \frac{4x-4}{3x(x^2-1)} - \frac{2}{x^2} \right)$ .

### EJERCICIO 6

a) [5 puntos] Estudia y determina las asíntotas de la gráfica de  $f(x) = \frac{x^2 - x}{x + 1}$  con  $x \neq -1$ .

b) [5 puntos] Un bodeguero vende tres tipos de vinos diferentes, uno blanco a 2 euros el litro, uno tinto a 1 euro el litro y uno rosado a 5 euros el litro. En total vendió 27 litros de vino y el precio de la venta fue de 57 euros, además vendió la mitad de litros del rosado que del blanco. Calcula cuántos litros vendió de cada tipo de vino.