

Instrucciones: a) Duración: **1 hora y 30 minutos**.

b) Tienes que **elegir únicamente tres** de entre los seis ejercicios propuestos.

c) Cada ejercicio se puntuará **de 0 a 10 puntos**. La calificación será la media aritmética de los tres ejercicios.

d) Contesta de forma razonada y escribe ordenadamente.

e) No se permite el préstamo de calculadoras. Se permite el uso de calculadoras que no sean programables, gráficas ni con capacidad para almacenar o transmitir datos. No obstante, todos los procesos conducentes a la obtención de resultados deben estar suficientemente justificados.

EJERCICIO 1

a) [5 puntos] Determina el valor de m para que el resto de la división $\frac{x^3 + mx^2 - 2x + m}{x - 1}$ sea 1.

b) [5 puntos] Un triángulo rectángulo cuyos catetos miden 3 cm y 4 cm es semejante a otro cuya hipotenusa mide 10 cm. Calcula la longitud de los catetos del segundo triángulo.

EJERCICIO 2

a) [5 puntos] Resuelve la ecuación $9^x - 6 \cdot 3^{x+1} + 81 = 0$, y comprueba el resultado.

b) [5 puntos] Calcula $\lim_{n \rightarrow \infty} \left(n - \sqrt{n^2 + 10n} \right)$.

EJERCICIO 3

a) [5 puntos] Halla el valor de $\sin(\alpha)$ sabiendo que α es un ángulo (en radianes) perteneciente al intervalo $\left[0, \frac{\pi}{2}\right]$ y que su tangente vale $\frac{1}{2}$.

b) [5 puntos] Calcula $\int_0^1 (x^5 + 2x^3 - \sqrt{x}) \, dx$.

EJERCICIO 4

a) [5 puntos] Calcula la distancia del punto $A(2, 4)$ a la recta que pasa por los puntos $B(1, 0)$ y $C(3, 1)$.

b) [5 puntos] Estudia los intervalos de crecimiento y de decrecimiento y los extremos relativos (abscisas donde se obtienen y valores que se alcanzan) de la función $f(x) = -x^4 + 2x^2$.

EJERCICIO 5

a) [5 puntos] Halla el dominio de la función $f(x) = \frac{2}{\sqrt{x^2 - 5x + 6}}$.

b) [5 puntos] En un corral hay gallinas y conejos. Calcula el número de gallinas sabiendo que el número total de animales es 10 y que el número total de patas de los animales es 24.

EJERCICIO 6 Considera una parábola de ecuación $y = -x^2 + 4x$ y otra de ecuación $y = x^2 - 2x$.

a) [5 puntos] Calcula los puntos de corte de las gráficas de las dos parábolas. Representalas gráficamente en un sistema de coordenadas cartesianas.

b) [5 puntos] Determina el área del recinto limitado por las dos parábolas.